

Comptoneffekt (A6)

Ziel des Versuches

Die durch den Comptoneffekt verursachte Änderung der Wellenlänge gestreuter Röntgenstrahlung soll bestimmt werden.

Theoretischer Hintergrund

Neben dem Photoeffekt tritt bei der Wechselwirkung von Photonen mit Materie ein weiterer Effekt auf, bei dem die Photonen jedoch nicht absorbiert werden, sondern nur einen Teil ihrer Energie abgeben. Die Wellenlänge der gestreuten Photonen ist somit größer als bei dem einfallenden Licht. Compton deutete diesen Effekt als einen elastischen Stoßvorgang zwischen den Photonen und den Elektronen der streuenden Materie.

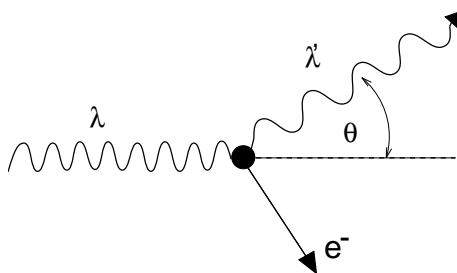


Abbildung 1: Streugeometrie beim Comptoneffekt.

Für den elastischen Stoß gelten Energie- und Impulserhaltung. In guter Näherung kann man dabei annehmen (warum?), dass das beteiligte Elektron vor dem Stoß in Ruhe ist. Kennzeichnet man alle Größen nach dem Stoß mit einem Strich, so schreibt sich der Energiesatz als:

$$E_{\text{ph}} = E'_{\text{ph}} + E'_e \quad . \quad (1)$$

Für die Impulse vor und nach dem Stoß gilt:

$$\vec{p}_{\text{ph}} = \vec{p}'_{\text{ph}} + \vec{p}'_e \quad . \quad (2)$$

Die Energie der Photonen hängt mit dem Betrag des Impulses über

$$E_{\text{ph}} = c \cdot p_{\text{ph}} \quad (3)$$

zusammen. Für die kinetische Energie der Elektronen gilt der relativistische Ausdruck:

$$E'_e = c \sqrt{m_e^2 c^2 + p_e'^2} - m_e c^2 \quad (4)$$

Setzt man die Gln. (3,4) in den Energiesatz (Gl. 1) ein, so ergibt sich:

$$cp_{\text{ph}} = cp'_{\text{ph}} + c\sqrt{m_e^2c^2 + p_e'^2 - m_e^2c^2} \quad .$$

Dividieren durch die Lichtgeschwindigkeit c , Auflösen nach dem Wurzelterm und anschließendes Quadrieren ergibt:

$$m_e^2c^2 + p_e'^2 = (p_{\text{ph}} - p'_{\text{ph}} + m_e c)^2 \quad .$$

Damit erhält man für den Impuls des Elektrons:

$$p_e'^2 = p_{\text{ph}}^2 + p_{\text{ph}}'^2 - 2p_{\text{ph}}p_{\text{ph}}' + 2(p_{\text{ph}} - p_{\text{ph}}')m_e c \quad . \quad (5)$$

Wird der Impulssatz in Gl.(2) nach p_e' aufgelöst und quadriert, so folgt daraus:

$$p_e'^2 = (\vec{p}_{\text{ph}} - \vec{p}'_{\text{ph}})^2 = p_{\text{ph}}^2 + p_{\text{ph}}'^2 - 2p_{\text{ph}}p_{\text{ph}}' \cos \theta \quad . \quad (6)$$

Dabei ist θ der Winkel zwischen \vec{p}_{ph} und \vec{p}'_{ph} . Aus den Gln.(5,6) ergibt sich nun:

$$-p_{\text{ph}}p_{\text{ph}}' + (p_{\text{ph}} - p_{\text{ph}}')m_e c = -p_{\text{ph}}p_{\text{ph}}' \cos \theta \quad .$$

Auflösen nach dem Term mit der Elektronenmasse m_e und Erweitern mit $\frac{h}{m_e c p_{\text{ph}} p_{\text{ph}}'}$ führt zu der Beziehung:

$$\frac{h}{p_{\text{ph}}'} - \frac{h}{p_{\text{ph}}} = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \cdot (1 - \cos \theta) = 2 \frac{h}{m_e c} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad . \quad (7)$$

Die Größe $\frac{h}{m_e c}$ hat die Dimension einer Länge und wird Compton-Wellenlänge genannt. Bei Rückreflexion ($\theta = \pi$) ist die Änderung der Wellenlänge der Röntgenstrahlung gerade doppelt so groß wie diese Wellenlänge.

Versuchsaufbau und -durchführung

Im vorliegenden Versuch wird die Streuung von monochromatischen Röntgenstrahlen an den Elektronen der Atomhülle von Aluminium untersucht. Das Röntgenlicht wird in einer Elektronenröhre erzeugt, in der Elektronen auf eine Targetanode, die auch als Antikathode bezeichnet wird, beschleunigt werden. In dem Targetmaterial werden die Elektronen abgebremst und es entsteht die sogenannte Bremsstrahlung. Bei der Wechselwirkung der beschleunigten Elektronen mit den Atomen der Antikathode werden bei hinreichender Energie außerdem Elektronen aus den inneren Schalen der Atome in höhere Energieniveaus angeregt. Die betroffenen Elektronen fallen danach unter Emission von Röntgenquanten in einen elektronischen Zustand geringerer Energie zurück. So tritt neben der kontinuierlichen Bremsstrahlung noch Strahlung diskreter Wellenlängen auf. Da diese Strahlung material-spezifisch ist, spricht man auch von charakteristischen Linien. Ein typisches Röntgenspektrum ist in Abb. 2 für das Beispiel Molybdän gezeigt. Aus diesem Material besteht auch die im Versuch verwendete Antikathode.

Wie man sieht, emittiert die Molybdän-Röntgenquelle intensive Strahlung in einem weiten Wellenlängenbereich. Andererseits sollen in diesem

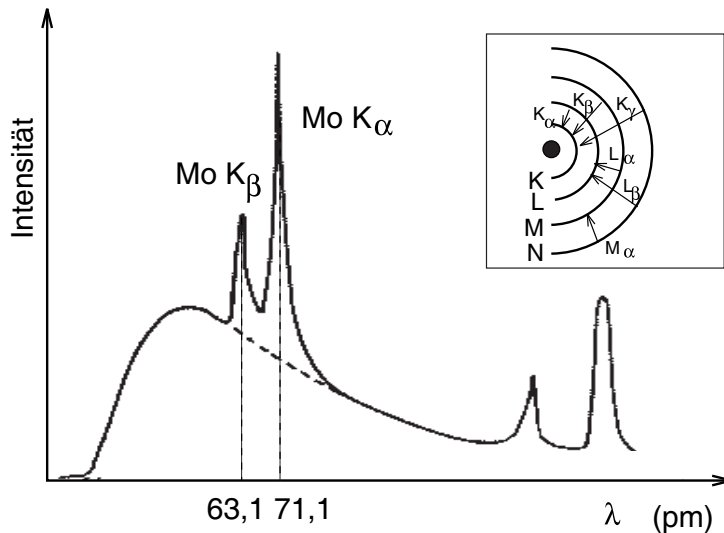


Abbildung 2: Röntgenspektrum von Molybdän. Der Bildeinsatz illustriert die Bezeichnungweise der charakteristischen Linien.

Versuch kleine Wellenlängenverschiebungen gemessen werden. Deshalb wird der verfügbare Wellenlängenbereich durch einen Filter zwischen Röntgenröhre und Aluminiumprobe eingengt. Die Funktionsweise des Filters basiert auf der starken Wellenlängenabhängigkeit der Absorption von Röntgenstrahlen in Materie. Da genau diese Abhängigkeit in diesem Versuch auch für den Nachweis des Comptoneffektes ausgenutzt wird, soll sie im Folgenden etwas genauer betrachtet werden.

Im Allgemeinen kann die Absorption von Röntgenstrahlen durch die Beziehung

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (8)$$

beschrieben werden. Hierbei bezeichnen I_0 und I die Intensitäten der Röntgenstrahlung vor und nach dem absorbierenden Medium, während d und μ die Wegstrecke im Absorber bzw. dessen Absorptionskoeffizienten darstellen. Da letzterer zur Masse proportional ist, wird üblicherweise der Massenabsorptionskoeffizient $\mu_m = \mu/\rho$ angegeben (ρ - Dichte des Mediums). Für ihn gilt die empirische Beziehung

$$\mu_m \sim \frac{N_A \cdot Z^4}{A} \cdot \lambda^3 \quad (9)$$

N_A ist die Avogadrozahl, Z und A bezeichnen die relative Atommasse bzw. die Kernladungszahl des absorbierenden Mediums. Trägt man μ_m über der Wellenlänge λ auf, so erhält man allerdings den nach Gl. (9) erwarteten monotonen Anstieg nur innerhalb bestimmter Wellenlängenbereiche, die von scharfen Absorptionskanten begrenzt werden. Dies ist in Abb. 3 für Zirkon (Zr) und Kupfer (Cu) dargestellt. Die Absorptionskanten treten immer dann auf, wenn die Energie der einfallenden Röntgenstrahlung gerade ausreicht, um ein Elektron aus einer inneren Schale des Atoms auszulösen.

Ein Vergleich der Abb. 2 und 3 zeigt nun, dass die K-Absorptionskante von Zirkon gerade zwischen der K_α - und K_β -Linie der Mo-Strahlung liegt. Eine dünne Zr-Folie kann somit als effektiver Filter zur Abschwächung der Mo- K_β -Linie ($\lambda = 63,1$ pm) sowie eines großen Teils der Bremsstrahlung

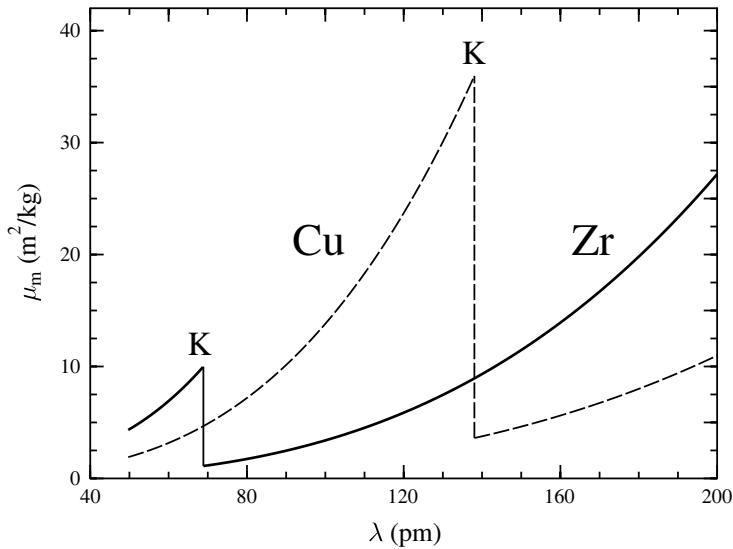


Abbildung 3: Absorption von Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

dienen, während die Mo- K_{α} -Linie ($\lambda = 71,1$ pm) fast nicht beeinflusst wird.

Als Streuwinkel θ wird der bei dieser Messapparatur maximal einstellbare Winkel von 145° verwendet. Dadurch wird der zu erwartende Effekt der Wellenlängenänderung besonders groß. Der Aluminiumkörper sollte in einem Winkel von 20° zur Einfallrichtung ausgerichtet werden.¹

Die Änderung der Wellenlänge wird nach einer von R. W. Pohl [1] angegebenen Methode mit Hilfe eines Kupferbleches nachgewiesen, dessen Transmission entsprechend Gl. (9) von der Röntgenwellenlänge abhängt. Wie in Abb. 4 dargestellt ist, wird das Kupferblech wahlweise vor oder hinter dem streuenden Aluminiumkörper montiert. Dabei wird jeweils mit einem Zählrohr die Rate der gestreuten Photonen gemessen. Würde sich die Wellenlänge der Röntgenstrahlung durch die Streuung nicht ändern, so wäre die Zählrate für beide Positionierungen des Kupferbleches gleich. Durch eine Änderung der Zählrate kann also umgekehrt der Compton-Effekt nachgewiesen werden.

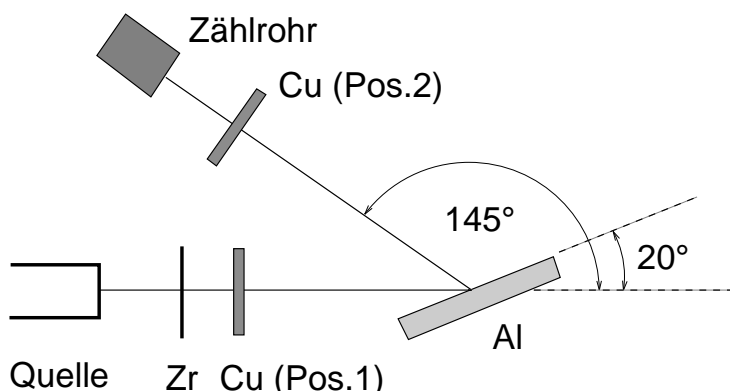


Abbildung 4: Schematischer Versuchsaufbau zum Nachweis der Compton-Streuung.

Ist die Transmission des Kupferbleches als Funktion der Röntgenwellenlänge bekannt, so können die Wellenlängen der einfallenden und der gestreuten Röntgenstrahlung quantitativ bestimmt werden, indem die Zählrate mit Kupferblech mit dem entsprechenden Messwert ohne Blech ins Verhältnis gesetzt wird. Insgesamt müssen drei verschiedene Messungen vorgenommen werden:

¹ Nur ein Teil der eingestrahnten Strahlung erfährt durch die elastischen Stöße eine Wellenlängenänderung (sogenannter inkohärenter Anteil). Im gestreuten Signal finden sich daher auch Anteile mit der ursprünglichen Wellenlänge (sogenannter kohärenter Anteil). Das Verhältnis der Intensitäten des inkohärenten zum kohärenten Anteil wächst nicht-linear mit zunehmendem Winkel θ (Dickenzunahme) und beträgt bei $\theta = 145^{\circ}$ etwa 2.

1. Bestimmung der Intensität I_0 des an Aluminium gestreuten Röntgenlichtes ohne Kupferabsorber.
2. Bestimmung der Intensität I_1 mit dem Kupferabsorber zwischen Strahlungsquelle und Aluminium.
3. Bestimmung der Intensität I_2 mit dem Kupferabsorber zwischen Aluminium und Zählrohr.

Die Transmission bei der Wellenlänge λ_1 des einfallenden Röntgenlichtes und der Wellenlänge λ_2 des gestreuten Röntgenlichtes ergibt sich aus:

$$T(\lambda_1) = \frac{I_1}{I_0} \quad T(\lambda_2) = \frac{I_2}{I_0} \quad (10)$$

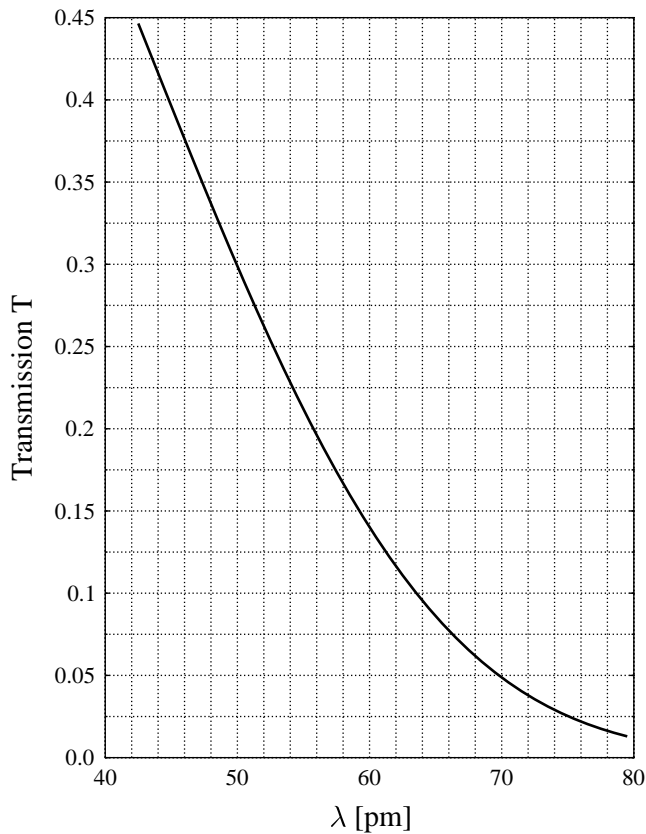


Abbildung 5: Transmissionskurve des im Experiment verwendeten Kupferabsorbers ($d = 0,07$ mm).

Für die Absorption des im Experiment verwendeten Kupferbleches wurde empirisch die in Abb. 5 dargestellte Abhängigkeit von der Wellenlänge gefunden. Sie kann durch die Gleichung

$$T(\lambda) = 0,85 \cdot \exp\left(-8,32 \cdot \left(\frac{\lambda}{\text{\AA}}\right)^3\right)$$

beschrieben werden. Mit Hilfe dieser Abhängigkeit kann aus der Transmission die Wellenlänge der Röntgenstrahlung ermittelt werden.

Die Messzeiten für die Intensitäten I_0 , I_1 , I_2 sind so zu wählen, dass mindestens 4000 Impulse gezählt werden.²

Die Zikonfolie bewirkt keine reale monochromatische Filterung, so dass sich die Anteile des Bremsspektrums mit der K_α -Linie überlagern und eine mittlere (kleinere) Wellenlänge eingestrahlt wird. Diese kann anhand der gemessenen Transmissionswerte aus der Transmissionskurve (Abb. 5) ermittelt werden.

Darüberhinaus ist aufgrund des kohärenten (nicht wellenlängenverschobenen) Anteils in der Streustrahlung in der Intensität I_2 ein Anteil mit der Intensität I_1 enthalten. Es gilt:

$$I_2 = \frac{1}{3}I_1 + \frac{2}{3}I_{2\text{korr}} \quad , \text{ so dass}$$

$$I_{2\text{korr}} = \frac{3I_2 - I_1}{2} \quad \text{bzw.}$$

$$T_{2\text{korr}} = \frac{3T_2 - T_1}{2} \quad .$$

Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die Intensitäten I_0 , I_1 und I_2 . Berücksichtigen Sie dabei die Nullrate des Zählrohrs ohne Betrieb der Röntgenquelle.³ Wodurch wird diese Nullrate verursacht?
2. Bestimmen Sie die Wellenlänge der einfallenden und der gestreuten Röntgenstrahlung mit Hilfe der empirischen Beziehung für die Transmission des Kupferbleches. Vergleichen Sie λ_1 mit dem Wert für die K_α -Strahlung.
3. Vergleichen Sie die Änderung der Wellenlänge mit dem nach Gl. (7) zu erwartenden Wert. Benutzen Sie dabei für λ_1 den experimentellen Wert.

² Dazu sind mehrere Messungen über 100 s nötig, bis insgesamt über 4000 Impulse gezählt sind.

³ Um die Nullrate und deren Vertrauensbereich zu bestimmen reichen sechs Messungen über jeweils 100 s aus.

[1] R.W. Pohl, Einführung in die Physik, Bd. 3, 11. Auflage, Optik und Atomphysik S. 288, Springer Verlag, 1963.