

## DMS-Spannungswaage (E23)

### Ziel des Versuches

Im ersten Teil des Versuches wird eine elektrische Waage aus Biegebalken, Dehnungsmessstreifen und Brückenschaltung aufgebaut und kalibriert. Im zweiten Teil wird die Waage benutzt, um die Coulombkraft zwischen Kondensatorplatten in Abhängigkeit von der angelegten Spannung sowie in Abhängigkeit vom Abstand der Kondensatorplatten zu messen und die elektrische Feldkonstante zu bestimmen. Darüber hinaus wird die relative Permittivität eines dielektrischen Materials ermittelt.

### Theoretischer Hintergrund

#### Dehnungsmessstreifen (DMS)

In der elektronischen Wägetechnik werden Dehnungsmessstreifen (DMS) als Sensoren eingesetzt. Für den ohmschen Widerstand eines Drahtes gilt  $R = \rho l/A$ . Dehnt oder staucht man den Draht (im Gültigkeitsbereich des hookschen Gesetzes) so ändert sich nicht nur dessen Länge, sondern auch der Querschnitt. Es sei  $\tilde{l} = l + \Delta l = l(1 + \varepsilon)$  die Länge des gedehnten oder gestauchten Drahtes mit  $\varepsilon = \Delta l/l$  als relative Längenänderung. Da das Volumen des Drahtes konstant bleibt, ergibt sich für die bei Dehnung oder Stauchung veränderte Querschnittsfläche  $\tilde{A} = A/(1 + \varepsilon)$ . Für den Widerstand des gedehnten oder gestauchten Drahts folgt

$$\tilde{R} = \rho \frac{\tilde{l}}{\tilde{A}} = (1 + \varepsilon)^2 \rho \frac{l}{A} = R + \Delta R \quad .$$

Bei Vernachlässigung des quadratischen Terms ergibt sich für die durch Dehnung oder Stauchung bedingte Widerstandsänderung

$$\Delta R \approx 2\varepsilon R = 2 \frac{\Delta l}{l} R \quad .$$

Das Verhältnis zwischen relativer Widerstandsänderung und relativer Längenänderung wird auch als  $k$ -Faktor bezeichnet. Dieser  $k$ -Faktor hat etwa den Wert zwei. Damit ist eine direkte Umrechnung einer gemessenen Widerstandsänderung in eine Längenänderung möglich. Um gut messbare Widerstandsänderungen zu erhalten, sollte der zu dehrende Draht eine große Länge und einen möglichst kleinen Querschnitt haben. In der Praxis wird eine dünne Leiterbahn mäanderförmig auf ein Substrat aufgebracht, um eine ausreichende Drahtlänge auf einer kleinen Fläche zu realisieren. Ein typischer DMS-Sensor mit einem Widerstandswert von  $120 \Omega$  ist in Abb. 1 gezeigt.

$\rho$	=	spezifischer Widerstand
$l$	=	Länge
$A$	=	Querschnittsfläche

Bei DMS aus anderen Materialien, z. B. Halbleitern, kann der  $k$ -Faktor andere Werte haben.

Die Idee der Kraftmessung über die Widerstandsänderung eines Drahtes stammt von Lord Kelvin (1856). Patentiert wurde die DMS-Technik von Simmons (1942) und Ruge (1944) in den USA.

Mit Hilfe von DMS wird z. B. auch die Ausdehnung von Brückenauflegern infolge von Temperaturschwankungen überwacht. Damit die dabei auftretenden temperaturbedingten Widerstandsänderungen kompensiert werden können, werden mindestens zwei DMS verwendet, die senkrecht zueinander auf das zu untersuchende Teil aufgeklebt sind. Die Widerstandswerte beider DMS verändern sich gleichermaßen mit der Temperatur und der Widerstandswert eines DMS zusätzlich durch Dehnung oder Stauchung. Zur Auswertung der zu untersuchenden Widerstandsänderung wird eine Brückenschaltung verwendet.

Zur Realisierung unserer Waage im Versuch wird ein einseitig eingespannter Biegebalken genutzt, der schematisch in Abb. 2 dargestellt ist. Wird der Balken mit der Kraft  $F$  nach unten gebogen, so wird dessen Oberseite gedehnt und die Unterseite gestaucht. Auf beiden Seiten sind DMS angebracht. Damit vergrößert bzw. verkleinert sich der Widerstand des auf der Oberseite bzw. Unterseite angebrachten DMS bei Durchbiegung proportional zur am Balken angreifenden Kraft.



### Brückenschaltung

Mit der Brückenschaltung können kleine Widerstandsänderungen gut beobachtet werden. In Abb. 3 ist eine Halbbrücke gezeigt, bei der sich im linken Brückenarm sowohl der obere gedehnte DMS ( $R + \Delta R$ ) als auch der untere gestauchte DMS ( $R - \Delta R$ ) und im rechten Brückenarm zwei Festwiderstände mit dem Widerstandswert  $R$  befinden.

Offensichtlich fließen in beiden Brückenarmen dann zu jeder Zeit identische Teilströme  $I_T = U_B / 2R$ . Damit beträgt die Potentialdifferenz  $U_{AB}$  zwischen den Punkten A und B der Halbbrücke  $U_{AB} = I_T \Delta R = U_B \Delta R / 2R$ .

Die Empfindlichkeit kann verdoppelt werden, wenn eine Vollbrücke aufgebaut wird. Bei der Vollbrücke befinden sich in jedem Brückenarm jeweils ein gedehnter und ein gestauchter DMS. Bei dem im Versuch verwendeten Biegebalken sind deshalb sowohl auf der Oberseite als auch auf der Unterseite jeweils zwei DMS aufgeklebt.

### Kraft und Arbeit im elektrischen Feld

Die in einem Kondensator mit der Kapazität  $C$  bei konstanter Spannung  $U$  gespeicherte Energie  $W$  beträgt:

$$W = \int_0^Q U dQ = \frac{1}{C} \int_0^Q Q dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} .$$

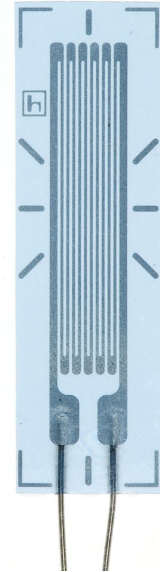


Abbildung 1: Dehnungsmessstreifen, äußere Abmessungen etwa 5 mm x 13 mm

Abbildung 2: Biegebalken zur Kraftmessung

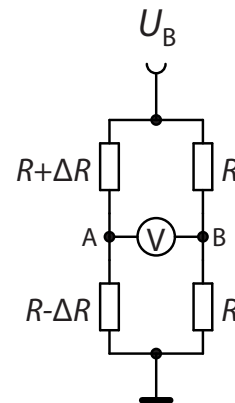


Abbildung 3: Schaltung einer Halbbrücke

Die anziehende Coulombkraft  $F$  zwischen beiden Platten führt bei einer fest montierten und einer an einem Biegebalken aufgehängten Kondensatorplatte zur Änderung des Abstands  $h$  zwischen den Platten. Dies bewirkt eine Kapazitätserhöhung und führt gemäß  $Q = CU$  zur Ladungserhöhung bei konstant gehaltener Spannung  $U$ . Die Energieänderung

$$dW = \frac{1}{2}UdQ \quad (1)$$

ist gleich der Summe aus der geleisteten mechanischen Arbeit und der notwendigen Zufuhr von Ladung

$$dW = Fdh + UdQ \quad , \quad (2)$$

wobei  $dh$  die Änderung des Plattenabstands bedeutet. Das Gleichsetzen der Formeln (1) und (2) liefert:

$$Fdh = -\frac{1}{2}UdQ = -\frac{U^2}{2}dC = \frac{\varepsilon_0AU^2}{2h^2}dh \quad , \quad (3)$$

wobei  $A$  die Fläche der Kondensatorplatte und  $\varepsilon_0$  die elektrische Feldkonstante sind. Im letzten Schritt wurde  $C = \varepsilon_0A/h$  bzw.

$dC = -(\varepsilon_0A/h^2)dh$  verwendet. Aus Gl. (3) folgt der im Versuch zu untersuchende Zusammenhang zwischen der Coulombkraft  $F$  und der angelegten Kondensatorspannung  $U$  bzw. dem Plattenabstand  $h$  zu:

$$F = \frac{\varepsilon_0AU^2}{2h^2} \quad . \quad (4)$$

Die Anordnung aus einer fest montierten und einer an einem Waagebalken befestigten Kondensatorplatte wird auch als Spannungswaage bezeichnet und diente historisch zur Verknüpfung der Maßeinheit Volt mit den mechanischen Maßeinheiten. Im Versuch soll Gl. (4) überprüft werden. Aus den Messergebnissen wird zusätzlich die elektrische Feldkonstante  $\varepsilon_0$  bestimmt.

#### Bestimmung der Permittivitätszahl mit der Spannungswaage

Die Spannungswaage kann genutzt werden, um die Permittivitätszahl  $\varepsilon_r$  von dielektrischen Materialien zu bestimmen. Dazu bringt man zusätzlich eine dielektrische Platte mit einer Dicke  $a < h$  vollständig in den Kondensator ein. Dadurch wächst die Kapazität des Kondensators und bei konstanter angelegter Spannung werden zusätzliche Ladungen zugeführt. Die Gesamtladung sei nun  $\tilde{Q}$ .

Die in Abb. 4 gezeigte Anordnung kann als Reihenschaltung eines Luftkondensators  $C_1$  mit dem Plattenabstand  $(h - a)$  und eines mit dem Dielektrikum gefüllten Kondensators  $C_2$  mit dem Plattenabstand  $a$  aufgefasst werden. Auf Grund des gleichen Verschiebungsfusses in beiden Kondensatoren teilen sich die Teilspannungen  $\tilde{Q}/C_i$  umgekehrt proportional zu den Kapazitäten auf. Es gilt also  $\tilde{Q} = C_1U_1 = C_2U_2$ . Für die Reihenschaltung von Kondensatoren gilt:

$$U = \sum_i \frac{\tilde{Q}}{C_i} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{C_{\text{ges.}}} = \frac{U}{\tilde{Q}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad .$$

Somit ergibt die Reihenschaltung von  $C_{1(\text{Luft})} = \varepsilon_0A/(h - a)$  und von  $C_{2(\text{diel})} = \varepsilon_0\varepsilon_rA/a$  einen Kondensator mit der Kapazität:



Abbildung 4: Kondensator mit eingelegetem dielektrischem Material

$$C_{\text{ges}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{a + \varepsilon_r h - \varepsilon_r a} = \frac{\varepsilon_0 A}{\frac{a}{\varepsilon_r} + (h - a)} .$$

Ein Kondensator mit dieser Kapazität kann als Luftkondensator mit einem effektiven Plattenabstand  $h_{\text{eff}} = a/\varepsilon_r + (h - a)$  interpretiert werden. Setzt man den effektiven Plattenabstand in Gl. (4) ein, so ergibt sich für die mit der Spannungswaage gemessene Kraft:

$$F = \frac{\varepsilon_0 A U^2}{2 \left( \frac{a}{\varepsilon_r} + (h - a) \right)^2} . \quad (5)$$

Aus Gl. (5) kann die Permittivitätszahl  $\varepsilon_r$  ermittelt werden.

## Versuchsaufbau und -durchführung

### Aufbau und Kalibrierung der Waage

Ein wesentlicher Teil des Versuches ist der sorgfältige Aufbau und die Kalibrierung der Waage. Dazu stehen Ihnen der in einem Stativhalter einseitig eingespannte Biegebalken mit jeweils zwei auf der Ober- und Unterseite aufgeklebten DMS zur Verfügung. Die untere Kondensatorplatte wird hierzu nicht benötigt und sollte zur Seite gestellt werden. Am freien Ende des Biegebalkens ist die obere Kondensatorplatte befestigt, die bei der Kalibrierung der Waage vorerst als Waagschale dient. Das vordere Stück des Biegebalkens mit der Kondensatorplatte ist vom längeren, eingespannten Ende des Biegebalkens elektrisch isoliert. Das längere, eingespannte Stück des Biegebalkens ist unbedingt mit einem Kabel zu erden. Als Erdanschluss soll die Erdungsbuchse des Hochspannungsnetzgerätes genutzt werden. Das freie Ende des Biegebalkens ist bereits jetzt mit dem Pluspol des noch ausgeschalteten Hochspannungsgerätes zu verbinden. Der Anschluss der Kabel ist nötig, da bereits bei der Kalibrierung der Waage die Gewichte der Anschlussstecker und Kabel mit berücksichtigt werden müssen.

Zum Aufbau der Vollbrücke stehen Ihnen ein Steckbrett, entsprechende Verbinder, ein  $10\ \Omega$ - und ein  $11\ \Omega$ -Festwiderstand, ein Messmodul sowie ein  $1\ \text{k}\Omega$ - und ein  $10\ \text{k}\Omega$ -Potentiometer zur Verfügung. Die Schaltung der Vollbrücke ist in Abb. 5 gezeigt. Mit den zusätzlichen Widerständen im linken Brückenarm kann der Offset, der durch die Eigengewichte des Biegebalkens, der Kondensatorplatte und der Kabel und Stecker entsteht, ausgeglichen werden. Die Parallelschaltung des  $11\ \Omega$ -Widerstands mit beiden Potentiometern gestattet eine Feineinstellung dieser Widerstandskombination im  $\text{m}\Omega$ -Bereich, wie es in Abb. 6 dargestellt ist. Genau einstellen kann man natürlich nur im flachen Bereich der Kurve.

Das Messmodul besteht aus verschiedenen Einzelmodulen, dessen Verwaltung und Verarbeitung ein auf dem Messmodul befindlicher, programmierter Microcontroller (Arduino-Nano) übernimmt. Im einzelnen besteht das Messmodul aus einem hochempfindlichen Wägezellsensor, einem Drehencoder, einem Grafikdisplay und dem Microcontroller.

Die Betriebsspannung  $U_B$  der Brückenschaltung wird vom Messmodul selbst erzeugt und liegt bei etwa  $3,5\ \text{V}$ . Durch die relativ kleinen Widerstandswerte entsteht bereits bei dieser Spannung eine nicht zu vernachlässigende

Achten Sie auf einen waagerechten Aufbau der Waage (zweiter Versuchsteil) und nutzen Sie dafür die untere Kondensatorplatte.

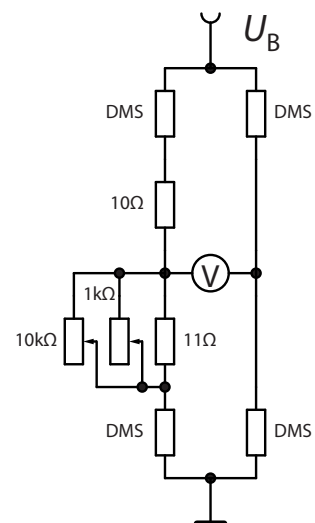


Abbildung 5: Vollbrücke mit vier DMS und Offsetkompensation

joulsche Wärme, sodass eine gewisse Zeit nötig ist, bis sich ein Gleichgewicht zwischen Erwärmung und Wärmeabgabe der Widerstände einstellt. Da die Widerstandswerte temperaturabhängig sind, sollte auch direkte Sonneneinstrahlung auf die Brückenwiderstände vermieden werden.

Die mit der Brücke zu messende Potentialdifferenz zwischen den Punkten A bzw. B liegt im  $\mu\text{V}$ -Bereich und wird direkt an den Eingang des Messmoduls angeschlossen.

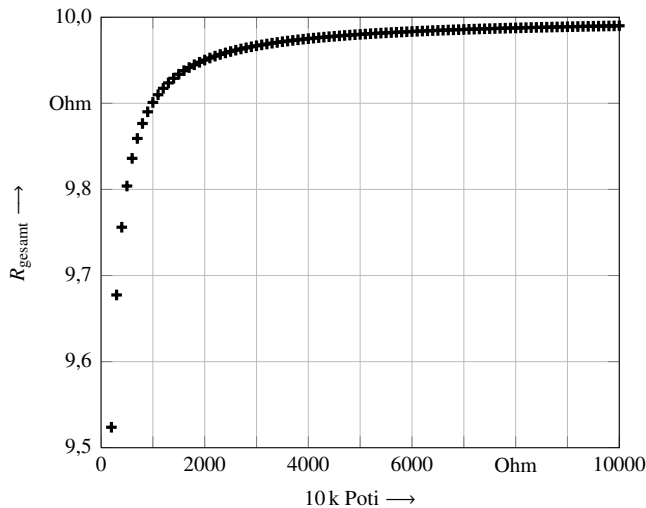


Abbildung 6: Gesamtwiderstand der Parallelschaltung zur Offset-Kompensation in Abhängigkeit vom Widerstandswert des  $10\text{ k}\Omega$ -Potentiometers (Widerstandswert des  $1\text{ k}\Omega$ -Potentiometers hier  $110\ \Omega$ )

Nach sorgfältiger Offsetkompensation der Brücke erfolgt die Kalibrierung der Waage<sup>1</sup> mit Massestücken aus einem Wägesatz im Bereich von 1 bis 20 g (in etwa 5 g-Schritten) sowie mit 50 g und 100 g. Die Massestücke sind dabei vorsichtig mit der Pinzette auf die obere Kondensatorplatte zu legen. Schätzen Sie mit dem Lineal ab, wie groß die Absenkung der oberen Kondensatorplatte bei einer Belastung mit 100 g ist.

### Spannungswaage

Für die Messungen mit der Spannungswaage steht Ihnen ein strombegrenztes (ungefährliches) Hochspannungsnetzgerät mit max. 10 kV zur Verfügung. Die untere, höhenverstellbare Kondensatorplatte wird mit dem Minuspol des Hochspannungsgerätes verbunden und unter die obere Kondensatorplatte gestellt. Kondensatorplatte und Höhenversteller sind elektrisch voneinander isoliert. Der Minuspol des Hochspannungsgerätes sollte zusätzlich mit der Erdbuchse des Gerätes verbunden werden.

Kalibrieren Sie zuerst Ihren Höhenversteller, indem Sie die untere Platte hochdrehen, bis diese die obere Platte berührt. Beginnen Sie Ihre Messungen bei einem Abstand beider Platten von ca. 8 bis 10 mm.

### Aufgabenstellung

1. Bauen Sie eine Vollbrücke mit den vier DMS auf und korrigieren Sie sorgfältig den Offset.
2. Kalibrieren Sie die Waage mit Hilfe des Drehencoders und einem 100 g

<sup>1</sup> Bei der Kalibrierung der Waage soll zuerst ein 100 g Massestück aus dem Wägesatz verwendet werden. Mit Hilfe des Drehencoders kann dem 100 g Massestück die Maßzahl 100 zugeordnet werden. Danach erfolgt die Überprüfung der Linearität der Anzeige.

Überlegen Sie sich eine sinnvolle Position für Ihr Massestück.

Luft ist kein perfekter Isolator. Überlegen Sie sich, bei welchem Abstand z.B. bei 10 kV ein Überschlag in der Luft stattfindet.

Massestück und überprüfen Sie die Linearität der Kalibrierung mit Massestücken aus dem Wägesatz im Bereich von 1 g bis 20 g in 1 g-Schritten sowie für 50 g und 100 g und fertigen Sie bereits während des Versuches eine Kalibrierungskurve an.

3. Messen Sie die Absenkung der oberen Platte bei einer Belastung von 100 g mit dem Lineal. Dieser Wert dient der späteren rechnerischen Korrektur der Abstandswerte.
4. Messen Sie die Anziehungskraft  $F$  zwischen den Kondensatorplatten in Abhängigkeit von der angelegten Spannung  $U$  bei einem festeingestellten Abstand der Platten. Tragen Sie die gemessenen Kräfte  $F$  gegen die quadrierten Spannungen  $U^2$  auf. Vergleichen Sie die gemessenen Kraftwerte mit den für die jeweiligen Spannungen berechneten. Berücksichtigen Sie bei der Berechnung der Kraftwerte die unter Ausnutzung des Ergebnisses von Aufgabe 3 und entsprechender Interpolation korrigierten Abstandswerte.
5. Messen Sie die Anziehungskraft  $F$  zwischen den Kondensatorplatten in Abhängigkeit vom Abstand  $h$  der Platten bei festgehaltener Spannung. Tragen Sie die Kraft  $F$  gegen den korrigierten Abstand  $1/h^2$  auf. Vergleichen Sie die gemessenen Kraftwerte mit den für die jeweiligen Abstände berechneten. Berücksichtigen Sie bei der Berechnung der Kraftwerte die unter Ausnutzung des Ergebnisses von Aufgabe 3 und entsprechender Interpolation korrigierten Abstandswerte.
6. Bestimmen Sie aus einem der gemessenen Zusammenhänge die elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0$ .
7. Legen Sie ein Dielektrikum Ihrer Wahl (PVC-Scheibe oder Bodenfliese) auf die untere Kondensatorplatte. Es sollte  $a \geq \frac{2}{3}h$  sein (siehe Abb. 4). Messen Sie die Kraft  $F$  zwischen beiden Kondensatorplatten in Abhängigkeit von der angelegten Spannung  $U$ . Tragen Sie  $F = f(U^2)$  auf und ermitteln Sie die Permittivitätszahl des Dielektrikums.
8. Messen Sie nach Abschalten der Hochspannung und Erden der Kondensatorplatten die Kapazitäten des in Aufgabe 7 verwendeten Kondensators mit und ohne eingelegtem Dielektrikum mit einem Standardmultimeter. Vergleichen Sie die gemessenen Kapazitäten mit den berechneten Werten.
9. Tragen Sie die Widerstandsänderung  $\Delta R$  der DMS in Abhängigkeit von der Belastung  $F$  auf. Der ohmsche Widerstand eines hier verwendeten DMS beträgt im unbelasteten Fall  $120 \text{ Ohm}^2$

<sup>2</sup> Nehmen Sie, bei einer Belastung von 100 g und einem Ablesewert von 100, eine Spannung von 1 mV an.

### *Hinweise*

- Kontrollieren Sie öfter, auch zwischen verschiedenen Messserien, den Nullpunkt der Waage. Ein stabiler Nullpunkt stellt sich erst ein, wenn ein Temperaturgleichgewicht erreicht ist. Sonneneinstrahlung und Berührung vermeiden.

- Messungen von Massen kleiner 0,5 g sind aufgrund der vorhandenen Spannungsschwankungen zu ungenau. Bei Massen über 200 g ist die Durchbiegung zu groß.
- Falls es zu einem Überschlag der Hochspannung kommt, verringern Sie sofort die Hochspannung bzw. erhöhen Sie den Plattenabstand. Meist ist auch ein Neustart des Messmoduls erforderlich. Überprüfen Sie dann auf jeden Fall den Nullpunkt und grob die Kalibrierung Ihrer Waage.