

Die Kleinsche Flasche

wurde 1882 erstmals durch den Mathematiker Felix Klein (1849-1925) untersucht.

Man kann diese topologische Form durch die Quotiententopologie des Quadrats mit Kanten $[0, r] \times [0, r]$ für $r > 0$ und die Relationen $(0, y) \sim (r, y)$ für $0 \leq y \leq r$ und $(x, r) \sim (r - x, r)$ für $0 \leq x \leq r$ beschreiben.

Die Kleinsche Flasche ist eine nicht-orientierbare Fläche, damit ist es nicht sinnvoll von einem Gegenstand zu sprechen, der sich innerhalb oder außerhalb der Flasche befindet. Die Kleinsche Flasche ist ähnlich zum sogenannten Möbiusband, das ebenfalls nicht-orientierbar ist, jedoch einen Rand besitzt. Beides sind zweidimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeiten und durch einen geeigneten Schnitt der Kleinschen Flasche können zudem zwei Möbiusbänder entstehen.



Man kann eine immergierte, aber nicht eingebettete Kleinsche Flasche im \mathbb{R}^3 konstruieren, die sich selbst durchdringt. Eine Einbettung der Kleinschen Flasche ohne Selbstdurchdringung ist im \mathbb{R}^4 möglich.