Universität Bremen

Übersicht der mittleren und höheren Lehrveranstaltungen

Mathematik und Technomathematik

Sommersemester 2020

Fachbereich 3

Prof. Dr. Peter Maass & Dr. Ronald Stöver
Zentrum für Technomathematik SoSe 2020

Funktionalanalysis — Kurzbeschreibung

Funktionalanalysis ist an der Universität Bremen einer der typischen „Kurse für mittlere Semester“, er richtet sich an Bachelorstudierende ab dem 4. Semester. Funktionalanalysis kombiniert Grundbegriffe der Analysis, der (linearen) Algebra sowie der Topologie und bietet den abstrakten Rahmen, um Probleme aus diversen Bereichen der Mathematik – und darüber hinaus, beispielsweise ist Quantenmechanik ohne Funktionalanalysis kaum darstellbar – untersuchen zu können:

- Partielle Differentialgleichungen
- Integralgleichungen, speziell Tomographie-Anwendungen
- Bild- und Signalverarbeitung, angefangen mit Fourier-Transformation
- Numerik, z.B. Quadraturformeln, Finite-Elemente-Methoden
- Stochastik und Statistik
- u.v.m.

Zentral sind die Begriffe Operator bzw. Funktional

$$\Phi : X \longrightarrow Y \quad \text{bzw.} \quad \Phi : X \longrightarrow \mathbb{R}\,,$$

wobei X, Y normierte (oder allgemeiner metrische, noch allgemeiner topologische) Vektorräume sind. Entstanden ist die Funktionalanalysis Anfang des 20. Jahrhunderts, ihre erste große Blüte erlebte sie in den 1920er- und 1930er-Jahren mit der Lemberger Schule um Stefan Banach.

Beispiel PDE: Diese haben häufig die Form $Du = f$, wobei u und f Funktionen auf einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ sind und D ein Differentialausdruck ist. Klassischerweise ist D ein Operator zwischen Räumen glatter Funktionen – derartige Räume sind für eine erschöpfende Lösungstheorie eher ungeeignet. Mit einem allgemeineren Diff'barkeitsbegriff kann man D als Operator zwischen sogenannten Sobolew-Räumen ansehen – in diesem Rahmen lassen sich „schöne“ Sätze über Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen beweisen. Auch bei der Konstruktion und Analyse von numerischen Verfahren spielen funktionalanalytische Methoden eine entscheidende Rolle.

In der Funktionalanalysis in diesem Sommersemester sollen insbesondere Tomographie-Anwendungen behandelt werden, die durch Integralgleichungen mathematisch modelliert werden. Dazu werden Eigenwerte von Matrizen und der Spektralsatz aus der linearen Algebra für den unendlichdimensionalen Fall verallgemeinert, um dann die Spektren von „kompakten Operatoren“ bestimmen zu können.

Wie üblich geht es hier um eine Einführung in ein großes Gebiet der Mathematik, das in Bremen insbesondere in Form von Anwendungen vertieft wird. Insofern steht „Lineare Funktionalanalysis“ im Vordergrund, konkret für normierte Räume. Im Einzelnen sollen behandelt werden:

1. Normierte Räume, insbesondere L^p-Räume
2. Lineare und stetige Operatoren
3. Satz von Hahn-Banach und weitere klassische Sätze
4. Hilbert-Räume, speziell Sobolew-Räume
5. Spektraltheorie

Die Veranstaltung wird sich am Buch „Funktionalanalysis“ von Dirk Werner (Springer-Verlag, 8. Auflage 2018) orientieren, das als ebook in der Staats- und Universitätsbibliothek verfügbar ist. An Vorkenntnissen werden Lineare Algebra und Analysis 1-3 (inklusive Lebesgue-Integral) vorausgesetzt. In welcher Form und auf welchen Plattformen Vorlesung, Übungen und Tutorium stattfinden, wird sich im Laufe des Semesters entwickeln ...

NUMERIK 2

Prof. Dr. Christof Büskens
Kai Schäfer
9 ECTS
voraussichtlich mündliche Prüfung

Voraussetzungen

- Numerik 1
- evtl. Programmierkenntnisse (z.B. in Matlab / C++)

Inhalte

Gegenstand der numerischen Mathematik (oder einfach Numerik) oder auch praktischen Mathematik ist die näherungsweise Lösung mathematischer Probleme durch Zahlenwerte. Die Lösungsberechnung erfolgt dabei durch einen Algorithmus, d.h. durch eine Folge von elementaren Anweisungen und Rechenoperationen, die sich auf einem Computer ausführen lassen. Ein solcher Algorithmus stützt sich oft auf Ergebnisse der reinen Mathematik und reflektiert mathematische Eigenschaften des Problems. Die zu behandelnden Probleme stammen oft aus den Ingenieur– und Naturwissenschaften. In dieser Vorlesung werden aufbauend auf den Inhalten der Numerik 1 folgende Themen behandelt:

- Extrapolationsverfahren
- Integration
- Gewöhnliche Differentialgleichungen, insb. Mehrschrittverfahren, Randwertprobleme
- Iterationsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- Lineare Optimierung, insb. Simplex-Verfahren

Literaturempfehlungen

- Deuflhard/Hohmann: Numerische Mathematik I, Verlag Walter de Gruyter
- Hämmerlin/Hoffmann: Numerische Mathematik, Springer Verlag
- Schwarz: Numerische Mathematik, Teubner Verlag
- Stoer: Numerische Mathematik I, Springer Verlag
- Stoer, Bulirsch: Numerische Mathematik II, Springer Verlag
- Werner: Numerische Mathematik, Vieweg Verlag

Digitale Umsetzung

Jede Vorlesungswoche wird ein Teil des Vorlesungsskriptes den Studierenden zur Verfügung gestellt. Dieses ist zunächst im Eigenstudium vorzubereiten.

Jede Woche wird es hierzu einen Audio-/Video-Chat (je nach Verfügbarkeit) über z.B. `conf.dfn.de` oder andere Werkzeuge (in Abhängigkeit den angebotenen Möglichkeiten der Universität) geben, in dem der Vorlesungsstoff kurz umrissen wird und indem die Studierenden Fragen stellen können. An mehreren Terminen im Semester wird es kleine Gesprächskreise (Dozent, Tutor, 3-4 Studierende) geben, in denen die digitalen Tools und Vorgehensweisen bewertet und ggfs. angepasst werden.

Pro Woche soll ein Übungszettel bearbeitet werden. Die Lösungen können handschriftlich angefertigt sein, müssen dann aber digital (eingescannt oder abfotografiert) zur Verfügung gestellt werden und in möglichst einer zusammengefassten pdf-Datei an den Tutor geschickt werden. Die Korrekturen werden digital angefertigt und wieder zurück an die Studierenden geschickt.

In jeder Woche gibt es ein Tutorium als Audio-/Video-Chat (je nach Verfügbarkeit) über z.B. `conf.dfn.de` oder andere Werkzeuge (in Abhängigkeit den angebotenen Möglichkeiten), in dem einzelne Aufgaben angesprochen werden können. Musterlösungen werden zusätzlich bereitgestellt. Jede/Jeder Studierende soll zudem mindestens einmal im Semester eine Lösung einer Aufgabe dem Tutor in einer Einzelsitzung präsentieren, z.B. indem ein Bildschirm geteilt wird. Es wird auch Programmieraufgaben geben, die z.B. in Matlab oder C++ gelöst werden können. Alle Aufgaben können in Zweierteams bearbeitet und abgegeben werden.

In Stud.IP wird der Chat Blubber eingerichtet, um sich schnell austauschen zu können. Für einen intensiveren Austausch wird das Forum

freigeschaltet. Aktuell wird eine alternative interne Lösung getestet, welche ggfs. einige/alle Funktionen von Stud.IP ersetzen wird.

30. März, 2020

Vorlesung Topologie SS 2020

VL Team: Eugenia Saorín Gómez (Lektorin), Kai Renken (Übung)

Kontakt: **Stud-Ip, esaoring@uni-bremen.de, Kai's Email**

ZIEL: Das Ziel dieser Vorlesung ist einen ersten Einblick in der TOPOLOGIE zu vermitteln. Die Topologie ist eine mathematische Disziplin, ,die zu den grundlegenden Disziplinen der Mathematik heutzutage zählt, obwohl sie sich in der Geschichte der Mathematik erst seit etwa dem 20. Jahrhundert als eigenständige Grundlagendisziplin entwickelt hat.

Wichtig ist, dass die Topologie in alle Bereiche der Mathematik vorgedrungen ist und dadurch tiefgreifende und dauerhafte Wirkung erreicht hat.

Jede Mathematikstudent trifft -wenn noch nicht geschehen- irgendwann in gewissem Grad auf die Topologie. Sie legt auch tiefe Grundlagen in mehreren Fächer der Mathematik fest. Sowohl Inhalt, als auch Methodik der Topologie haben entscheidende Bedeutung in der Mathematik.

Diese Vorlesung ist eine Grundlagen-Vorlesung für alle, die die fundamentalen Resultate, Notionen und Techniken der Mengentheoretischen Topologie erlernen möchten. Wir werden verschiedene topologische Fragen im weitesten Sinne behandeln, insofern wie möglichst mit elementaren Hilfsmitteln.

Im Laufe Ihres Studiums haben Sie bestimmt einige topologische Ideen und Begriffe schon kennen gelernt. Diese sind wahrscheinlich im Zusammenhang mit analytischen (und vielleicht auch geometrischen) Themen erschienen. In der Topologie handelt es sich sehr oft, allgemein gesagt, um geometrische Objekte, die *deformiert* werden, und in diesem Kontext sind die Kerneigenschaften dieser Objekte, das sind, die Merkmale die sich nicht ändern, die wichtigsten Aspekte der Behandlung. Das entscheidende Wort hier ist, neben Raum, Stetigkeit (zu bemerken ist, dass es alles ohne Metrik geht).

Sie kennen von der Analysis, wie fundamentale Eigenschaften eines normierten Raums von der Einheitskugel stark abhängig sein können. Sie wissen, vielleicht, dass manche *geschlossene* Einheitskugeln nicht immer *kompakt* sind. Sie haben sicherlich auch gelesen (und bewiesen!) dass in $\mathbb{R}^n$ alle Normen äquivalent sind. Dies bedeutet, dass mit diesen verschiedenen -aber äquivalenten- Normen *die Topologie* gleich ist. Mit anderen Worten, in der Topologie ist eine runde Kugel dasselbe wie ein Würfel (und genauso alle aus einer Norm sich ergebenden Einheitskugeln in $\mathbb{R}^n$): diese sind aber sehr unterschiedliche Objekte in der Geometrie. Die Topologie, in diesem genauen Beispiel würde nach den Kerneigenschaften die

die Figuren (und den Umgebunsräume) gemeinsam haben können suchen und diese untersuchen.

VORAUSSETZUNGEN: Die Voraussetzungen um der Topologie in diesem Sommersemester reibungslos folgen zu können sind grundlegende Kentnisse der Mathematik, die in den ersten drei Semestern jedes Mathematikstudiums behandeln werden. Wir werden uns bemühen damit nur minimale Voraussetzungen erforderlich seien.

Einiges von dem, was vorausgesetzt wird, wird wahrscheinlich in der Vorlesung an der ein oder anderen Stelle wiederholt werden, idealerweise setzen wir vor grundlagende Notionen und Methoden der (elementaren) Mengenlehre. An manchen Stellen, vor allem in Beispielen, werden wir Begriffe wie Euklidischer Vektorraum (auch normierter Vektorraum) ueber die reellen Zahlen, Begriffe der Linearen Algebra, und Kenntnisse der Analysis verwenden.

Insbesondere *die Topologie von* $\mathbb{R}$ wird sehr hilfreich vor allen, fuer bedeutende Beispiele. Das heißt, wenn wir an dieser Stelle noch nicht den Begriff Topologie eingeführt haben, ein sicheres Umgehen und fundierte Kenntnisse von $\mathbb{R}$.

HAUPTTHEMEN

- Topologie und topologische Räume: Definitionen und erste Eigenschaften.
- Metrische Räume.
- Spurtopologie und Produkte.
- Stetigkeit, Kompaktheit, Zusammenhang.
- Basen einer Topologie. Initiale und finale Topologie.
- Trennungsaxiome und normale Räume.
- Fundamentalgruppe.

LITERATUR (KLEINE AUSWAHL)

1. Sidney A. Morris, Topology without tears, http://www.topologywithouttears.net/
2. James Munkres, Topology, Pearson
3. Steven G. Krantz, A guide to Topology, MAA Guides
4. Klaus Jänich, Topologie, Springer
5. Tammo tom Dieck, Topologie, de Gruyter

Algorithmische Diskrete Mathematik

VAK: 03-M-WP-18

Nicole Megow

Inhalt

Die algorithmische diskrete Mathematik ist ein recht junges Gebiet mit Wurzeln in der Algebra, Graphentheorie, Kombinatorik, Informatik (Algorithmik) und Optimierung. Sie behandelt diskrete Strukturen wie Mengen, Graphen, Permutationen, Partitionen etc. und diskrete Optimierungsprobleme.
Diese Veranstaltung gibt eine Einführung in die algorithmische diskrete Mathematik. Es werden strukturelle und algorithmische Grundlagen der Graphentheorie und kombinatorischen Optimierung vermittelt. Im Vordergrund steht die Entwicklung und mathematische Analyse von Algorithmen zum exakten Lösen von kombinatorischen Optimierungsproblemen. Es werden u.a. folgende Themen behandelt:

- Einführung in Graphentheorie, kombinatorische und lineare Optimierung
- Graphentheorie: Grundbegriffe, Wege in Graphen, Euler- und Hamiltonkreise, Bäume
- Algorithmische Grundlagen (Kodierungslänge, Laufzeit, Polynomialzeitalgorithmen)
- Spannbäume, Matchings, Netzwerkflüsse und -schnitte (kombinatorische Algorithmen)
- Einblick in lineare Optimierung: Modellierung, Polyeder, Optimalitätskriterien, Dualität
- Elemente der Komplexitätstheorie

Einordnung: Bachelorstudium Mathematik
Veranstaltungsdaten: 2 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung, 6 CP

Durchführung/Material: Videokonferenz, Video-/Audioaufnahme mit Folien und Notizen

Prüfungsform: mündliche Prüfung, Notenbonus durch Übungsaufgaben möglich

Bemerkungen: Bitte melden Sie sich unbedingt zeitnah über StudIP für die Veranstaltung an. Durch Kombination mit einem Seminar im WiSe 2020 kann auf ein 9 CP Modul aufgestockt werden.

SPEKTRALGEOMETRIE

DR. MORITZ DOLL

1. Einleitung

Spektralgeometrie kombiniert Geometrie und Analysis. Ziel ist es auf gekrümmten Flächen (und deren Verallgemeinerungen auf beliebige Dimension, Mannigfaltigkeiten) geometrische Größen mit dem Spektrum von "natürlichen" Differentialoperatoren in Verbindung zu bringen.

Zwei exemplarische Fragen sind

- Können wir aus der Kenntnis der Obertöne die ein schwingendes Trommelfell erzeugt auf die Form der Trommel schließen?
- Wie viele Energiezustände kann ein freies Elektron in einem Hohlraum annehmen?[1]

2. Inhalte

Die Vorlesung besteht aus drei Teilen: Differentialgeometrie, mikrolokale Analysis und Spektraltheorie.

Es wird zunächst der Begriff von glatten Mannigfaltigkeiten eingeführt. Danach wird Differential- und Integralrechnung auf Mannigfaltigkeiten verallgemeinert. Abschließend wird die Riemannsche Metrik definiert, die es erlaubt invariant Längen und Winkel zu messen und typische geometrische Objekte wie das Volumen, Geodäten und Krümmung zu bestimmen.

Die mikrolokale Analysis ist eines der wichtigsten Hilfsmittel um lineare Differentialoperatoren zu analysieren. Wir definieren Verallgemeinerungen von Differentialoperatoren, die es erlauben Differentialoperatoren "symbolisch" zu invertieren bis auf einen sehr gut kontrollierbaren Fehlerterm und somit die Regularität von Lösungen von Differentialgleichungen zu berechnen.

Im letzten Teil werden wir die mikrolokalen Methoden benutzen um zu zeigen, dass auf kompakten Riemannschen Mannigfaltigkeiten der Laplace-Operator rein diskretes Spektrum hat. Als großen Abschluss zeigen wir, dass die Zählfunktion der Eigenwerte $N(\lambda)$ sich asymptotisch verhält wie $\mathrm{vol}(M) \cdot \lambda^{(\dim M)/2}$. Wir werden insbesondere die bestmögliche Abschätzung für die Abweichung der Zählfunktion von der Asymptotik bestimmen.

Somit beantworten wir die zweite Frage oben und bekommen für die erste Frage das Teilresultat, dass wir das Volumen einer Trommel hören können.

3. Format

Es wird ein Vorlesungsskript (auf Englisch) geben, was selbstständig zu lesen ist. Zusätzlich werde ich kurze Videos erstellen, die mehr auf die zugrundeliegenden Ideen und Beispiele fokussiert sind. Der Übungsbetrieb ändert sich nur darin, dass

[1] Für die Vorlesung sind keine physikalischen oder musikalischen Vorkenntnisse erforderlich.

die wöchentlichen Zettel als pdf (geTEXt) abgegeben werden. Nach Bedarf wird es Sprechstunden als Videokonferenz geben.

Die Vorlesung basiert größtenteils auf den Büchern von Shubin [6] und Grigis–Sjöstrand [1]. Für den ersten Teil sei auch auf Lee [5] hingewiesen. Die Standardreferenz für mikrolokale Analysis ist Hörmander [2–4]. Gute Einführungen sind die Vorlesungsnotizen von Wunsch [7] und das Buch von Zworski [8].

4. Voraussetzungen

Es werden grundlegende Kenntnisse der Topologie (topologischer Raum, Hausdorffraum) und der Funktionalanalysis (Hilbertraum- und Banachraumtheorie, Spektralsatz für kompakte Operatoren auf Hilberträumen) erwartet. Es sind Kenntnisse der partiellen Differentialgleichungen hilfreich, aber nicht vorausgesetzt.

Literatur

[1] A. Grigis and J. Sjöstrand, *Microlocal analysis for differential operators*, London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 196, Cambridge University Press, Cambridge, 1994. An introduction.

[2] L. Hörmander, *The analysis of linear partial differential operators. I*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2003. Distribution theory and Fourier analysis; Reprint of the second (1990) edition [Springer, Berlin; MR1065993 (91m:35001a)].

[3] ———, *The analysis of linear partial differential operators. III*, Classics in Mathematics, Springer, Berlin, 2007. Pseudo-differential operators; Reprint of the 1994 edition. MR2304165

[4] ———, *The analysis of linear partial differential operators. IV*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2009. Fourier integral operators; Reprint of the 1994 edition.

[5] J. M. Lee, *Introduction to smooth manifolds*, 2nd ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 218, Springer, New York, 2013.

[6] M. A. Shubin, *Pseudodifferential operators and spectral theory*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, 2001. Translated from the 1978 Russian original by Stig I. Andersson.

[7] J. Wunsch, *Microlocal analysis and evolution equations: lecture notes from 2008 CMI/ETH summer school*, Evolution equations, Clay Math. Proc., vol. 17, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2013, pp. 1–72. Available at https://sites.math.northwestern.edu/~jwunsch/micronotes.pdf.

[8] M. Zworski, *Semiclassical analysis*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 138, American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.

Elementare Zahlentheorie (03-M-WP-37)

Prof. Dr. Anke Pohl

Sommersemester 2020

1. Inhalt

Die Mathematik ist die Königin der Wissenschaften, und die Arithmetik[1] *die Königin der Mathematik.*

(Carl Friedrich Gauß)

Die Zahlentheorie ist eines der ältesten Gebiete der Mathematik; ihre Anfänge gehen bis weit in die Antike zurück. Sie startete als Disziplin der Erforschung der ganzen Zahlen und hat sich seitdem in ein gigantisches, weitverzweigtes Gebiet entwickelt, das jedes Jahr zahlreiche neue sehr tiefliegende Ergebnisse hervorbringt und mit jedem anderen Teilgebiet der Mathematik auf irgendeine Art verbunden ist. Ein besonderer Reiz geht von der großen Anzahl sehr einfacher zahlentheoretischer Fragestellungen aus, die oft außerordentlich schwierig zu beantworten sind oder bislang gar unbeantwortet sind. Zwei prominente Beispiele, bei denen in den letzten Jahren Fortschritte erzielt wurden:

- *Gibt es unendlich viele Primzahlzwillinge, d. h. Primzahlen mit Abstand* 2 *(z. B.* 3 *und* 5*)?* Yitang Zhang zeigte 2013, dass es unendlich viele Primzahlpaare mit Abstand maximal 7×10^7 gibt. James Maynard verbesserte die Schranke 2013 auf 600 (inzwischen gibt es kleinere Schranken).
- *Ist jede gerade Zahl, die größer als* 2 *ist, Summe zweier Primzahlen?* (Goldbachsche Vermutung). Harald Helfgott zeigte ebenfalls 2013, dass jede ungerade Zahl, die größer als 5 ist, Summe dreier Primzahlen ist (schwache Goldbachsche Vermutung).

Diese Vorlesung ist eine Einführung in die Zahlentheorie. Wir werden u. A. folgende Themen behandeln:

- Eigenschaften von Primzahlen und Teilbarkeit,
- zahlentheoretische Funktionen,
- Lösungstheorie von diophantischen Gleichungen (Lösbarkeit von ganzzahligen Polynomengleichungen in ganzen Zahlen), insbesondere auch das Gaußsche quadratische Reziprozitätsgesetz,
- Kettenbrüche und diophantische Approximationen,

[1] Heutzutage als elementare Zahlentheorie bekannt.

- p-adische Zahlen.

Als Grundlage dieser Vorlesung dient das Buch (mit einigen Auslassungen und Ergänzungen)

> Müller-Stach, Piontkowski, *Elementare und algebraische Zahlentheorie: ein moderner Zugang zu klassischen Themen*, 2. Auflage, Vieweg+Teubner, 2011

welches elektronisch in der SUUB vorhanden ist. Für zahlentheorische Experimente werden wir das Computeralgebrasystem PARI/GP nutzen. Detaillierte Erläuterungen zum Ablauf als Onlinekurs sind im Stud.IP zu finden.

2. Formale Angaben

Veranstaltungsform: 4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung, 9 CP
Einordnung: Wahlpflichtveranstaltung im Bachelorstudium Mathematik
Sprache: Deutsch (Literatur auf Englisch möglich)
Empfohlende Vorkenntnisse: Analysis 1–3, Lineare Algebra 1–2
Modulprüfung: Klausur (je nach Verlauf der Corona-Pandemie wird ggf. eine andere Prüfungsform gewählt)
Studienleistung: Aktive und erfolgreiche Teilnahme am Übungsbetrieb

Introduction to mathematical fluid dynamics

VAK: 03-M-PS-10

Antoine Pauthier

The mathematical study of fluid mechanics aims at providing a rigorous framework to phenomena that are observable and used by everyone, and yet far from being scientifically understood. Rogue waves are still a mystery, the shape of winglets on aircrafts has been constantly changing over the past decades, we still don't understand how tornados can be so stable, among various problems. On a mathematical perspective, it is striking that incompressible Euler equations were the second partial differential equations ever written in 1755, and are still almost three centuries later at the front edge of research in nonlinear analysis. Regularity of solutions of Navier-Stokes equations is also one of the seven Millenium Prize Problems, stressing the importance and difficulty of the subject.

Aim of the seminar Our first objective this semester will be to develop a mathematical approach to fluid mechanics: derive the standard equations and combine it with some intuition. This will be the occasion to get familiarized with the subject and to study some of the basic properties of its fundamental equations.
Then we may focus on two more specific aspects. On the one hand, we would investigate some aspects of geophysical fluis dynamics. More specifically, we would focus on th preominant role of the Coriolis force, different scaling apects in the ocean and the atmosphere (shallow water approximation, stratified models, ...)and what are the natural phenomena that one can mathematically describe.
In a second step, we would investigate some pieces of the mathematical theory surrounding the two main theoretical equations of fluid mechanics, Euler and Navier-Stokes: stationary solutions, weak solutions, strong solutions, vorticity, vanishing viscosity limit, among other things.

Prerequisites This seminar aims at being self-contained, and no prerequisite is needed.

On the other hand, it is intended for advanced bachelor or master students, and some knowledge on differential equations, functional analysis, or some basics of PDE is welcome.

Language It is an English speaking seminar.

Contact If you have any question, feel free to contact me at apauthie@uni-bremen.de, or to stop by my office, MZH4130. (COVID-19 UPDATE: my office is close until April 19th at least. Please contact me by e-mail, and we can organize a distant meeting through visionconference)

Potential topics I list thereafter topics that could be studied durong this seminar. For each topic, I give some references. There are of course many other references that one can consider, feel free to explore!

1. Derivation and presentation of Euler equations. Focus on incompressible flows and isentropic fluids, Bernouilli theorem. Notion of vorticity and rotation. [2, 6].
2. Derivation of Navier-Stokes equations. Hermoltz-Hodge decomposition, vorticity, solvability of the 2D Navier-Stokes equations [2, 8].
3. Potential flows, d'Alembert's paradox. [2]
4. Gas flow in 1D. Notions of shock, rarefaction waves, and entropy [2, 9].
5. Gas flow in 1D: Burgers equation. Solvability, viscosity case, traveling waves, vanishing viscosity limit [9].
6. Gravity waves in the ocean [4, 5].
7. Quasigeostrophic approximation and Rossby waves [7].
8. The Stokes equations: existence and regularity [3, 8].
9. Steady states of the Navier-Stokes equations [3, 8].
10. Existence of solutions of the 3D Navier-Stokes equations (Leray's theorem) [8, 3, 1]. This is a hard one.
11. The 2D Euler equations: existence and uniqueness [6].

Literatur

[1] J.-Y. Chemin, B. Desjardins, I. Gallagher, and E. Grenier, *Mathematical geophysics*, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, vol. 32, The Clarendon Press, Oxford University Press, Oxford, 2006, An introduction to rotating fluids and the Navier-Stokes equations. MR 2228849

[2] Alexandre J. Chorin and Jerrold E. Marsden, *A mathematical introduction to fluid mechanics*, third ed., Texts in Applied Mathematics, vol. 4, Springer-Verlag, New York, 1993. MR 1218879

[3] Peter Constantin and Ciprian Foias, *Navier-Stokes equations*, Chicago Lectures in Mathematics, University of Chicago Press, Chicago, IL, 1988. MR 972259

[4] Adrian E. Gill, *Atmosphere-ocean dynamics*, International Geophysics Series, vol. 30, Academic Press, 1982, An introduction to rotating fluids and the Navier-Stokes equations.

[5] Mariana Haragus and Gérard Iooss, *Local bifurcations, center manifolds, and normal forms in infinite-dimensional dynamical systems*, Universitext, Springer-Verlag London, Ltd., London; EDP Sciences, Les Ulis, 2011. MR 2759609

[6] Alex Kiselev, Jean-Michel Roquejoffre, and Lenya Ryzhik, *Appetizers in nonlinear pdes*, Lecture notes, available on Lenya Ryzhik's homepage.

[7] Joseph Pedlosky, *Geophysical fluid dynamics*, Springer-Verlag New-York, 1987.

[8] Tai-Peng Tsai, *Lectures on Navier-Stokes equations*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 192, American Mathematical Society, Providence, RI, 2018. MR 3822765

[9] G. B. Whitham, *Linear and nonlinear waves*, Pure and Applied Mathematics (New York), John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999, Reprint of the 1974 original, A Wiley-Interscience Publication. MR 1699025

April 2020

Vorlesung: Algebra und Geometrie von Polynomen

Ziel:

Das Ziel dieser Vorlesung ist die Vermittlung und Untersuchung von grundlegenden algebraischen und geometrischen Aspekten von Polynomen, insbesondere mit Blick auf ihre Nullstellen, um somit eine Darstellung einiger der wichtigsten Ergebnisse der Theorie der Polynome, sowohl klassisch als auch modern zu schaffen.

Die Frage, ob eine Lösungsformel für alle (polynomialen) Gleichungen existiert kann man im Schulalter schon stellen, nachdem man die $p - q$ Formel oder Formel für die Lösung einer quadratischen Gleichung gelernt hat. Die Antwort benötigt eine fundamentale Anwendung der Galois-Theorie und ergibt, dass im Allgemeinen eine solche Formel für Polynomgleichungen fünften Grades (und höher) nicht möglich ist. Im großen und ganzen nutzt die Galois-Theorie die „naive“ Idee, dass man viel von einer Unterstruktur, welche in einer größeren liegt lernen kann, indem man die Symmetrien der größeren Struktur anschaut, welche die Unterstruktur unverändert lässt.

Vielleicht scheinen die folgenden Fragen auf den ersten Blick nicht mit Nullstellen von Polynomen verwandt zu sein. Erstaunlicherweise aber sind die Lösungen direkt damit verbunden: Die sogennanten „klassischen Probleme der Antike“. Diese sind das Problem der Verdopplung des Würfels, die Frage ob jeder (beliebige) Winkel sich dritteln lässt und die Quadratur des Kreises, wobei diese Fragen/Konstruktionen, wie in der Antike, mit Zirkel und Lineal gelöst/gemacht werden müssen. Es ist sehr faszinierend, dass es eine solche Konstruktion gibt, die von der Theorie der Polynome abgeleitet werden kann.

Eine fundamentale weitere Frage in diesem Kontext -aus praktischen und theoretischen Gründen-, die wir vor haben zu untersuchen ist, wie (effizient) festgelegt werden kann, ob ein Polynom nicht negativ ist. Es ist klar, dass wenn man das Polynom als Summe von Quadraten anderer Polynome schreiben kann, es nicht negativ ist. In der Ph.D. Verteidigung von H. Minkowski behauptete er, dass es nichtnegative Polynome gibt, die keine Quadratsummen sind. Hilbert klassifizierte drei Jahre später etwa, in welchem Rahmen nicht negative Polynome Quadratsummen gleichen: Dies sind aber wenige Fälle.

Die Verbindung mit der Geometrie wird deutlich, wenn wir andere Aspekte der zu behandelnden Fragen untersuchen und manche Methoden zur Lösung dieser Probleme anwenden.

Historisch gesehen stammt ein Teil dieser Geometrie von Polynomen aus der Zeit der ersten Darstellung komplexer Zahlen (Zeiten von Gauß und Cauchy). Mehrere Probleme in diesem Kontext konzentrieren sich auf das Studium der Nullstellen von Polynomen, insbesondere als Funktionen von Parametern wie seinen Koeffizienten oder den Nullstellen bzw. Koeffizienten eines verwandten Polynoms. Die Nullstellen können wir als Punkte der komplexen Ebene sehen und wir können die Region in der alle Nullstellen zu finden sind untersuchen. Wir werden den Fundamentalsatz der Algebra erneut anschauen: Gauß zeigte mit seinem Beweis auch, dass ein Polynom keine Nullstellen außerhalb bestimmter (2-dimensionaler) Kugeln haben kann. Wir können aber auch fragen, wie viele Nullstellen eines gewissen Polynoms in einer gewissen Region liegen oder wie Regionen mit einer vorgeschriebenen Anzahl von Nullstellen bestimmt werden können.

Voraussetzungen

Die Voraussetzungen für die Vorlesung sind grundlegende Kenntnisse der Mathematik, die in den ersten 4-6 Semestern jedes Mathematikstudiums behandelt werden.

Sehr hilfreich kann die Fähigkeit sein, in gewissem Grad Dinge abstrahieren zu können und Themen verschiedener Fächer ineinander greifen zu lassen.

Insbesondere: Sicherer und grundlegender Umgang mit algebraischen Begriffen, die quasi die Grundlagen der linearen Algebra (Gruppen, Ringe, Körper und fundamentale Eigenschaften davon) bilden. Ebenso Ergebnisse und Begriffe der Analysis in einer oder mehreren Veränderlichen.

Hauptthemen

Die Inhalte der Vorlesung nach den ersten 3 Wochen werden stark von den Grundlagen und Wünschen der Studierenden abhängen. Nachfolgende Themen sind als Orientierung gedacht und nur die ersten 3 Punkte als Einführung sind absolut sicher:

- Nullstellen von Polynomen (allgemeine Grundlagen).
- Fundamentalsatz der Algebra (mit geometrischer Perspektive).
- Nullstellen der Ableitung eines Polynoms: Geometrie.
- Hilbert, Motzkin und nicht-negative Polynome.
- Irreduzibilität von Polynomen.
- Gleichungen lösen durch Radikale.
- Grundlegende Galois-Theorie.

Evolutionsgleichungen und Formmethoden

VAK: 03-M-WP-34

Hendrik Vogt

Inhalt

Thema der Vorlesung ist die funktionalanalytische Behandlung von Evolutionsgleichungen. Grob gesprochen geht es um Anfangswertprobleme der Art

$$u'(t) = Au(t), \quad u(0) = u_0.$$

Zunächst sieht dies wie eine gewöhnliche Differentialgleichung aus. Hier soll jedoch A nicht einfach eine Matrix sein, sondern ein unbeschränkter Operator in einem Banachraum X. Man denke dabei z. B. an den Laplace-Operator $A = \Delta$ in $L_2(\mathbb{R}^n)$ (mit geeignetem Definitionsbereich); dann ist die Gleichung $u' = Au$ gerade die Wärmeleitungsgleichung.
Die erste zu untersuchende Frage wird sein, für welche Operatoren A das obige Anfangswertproblem *wohlgestellt* ist, d. h. unter welcher Bedingung eine Lösung existiert, eindeutig ist und stetig vom Anfangswert u_0 abhängt. Eine Antwort wird im Rahmen der Theorie der C_0-Halbgruppen gegeben.
Hauptthema der Vorlesung ist, wie man solche Operatoren A konstruiert, für die man Wohlgestellheit bekommt; dies wird mit Hilfe der Formmethode geschehen. Als Anwendung wollen wir uns beschäftigen mit elliptischen Operatoren unter verschiedenen Randbedingungen (Dirichlet, Neumann, Robin), und mit dem Dirichlet-zu-Neumann-Operator. (Für einen Körper mit gegebener stationärer Temperaturverteilung auf der Oberfläche gibt der Dirichlet-zu-Neumann-Operator den Wärmefluß durch die Oberfläche an.)
Die Vorlesung ist gedacht für Master-Studierende (und auch für fortgeschrittene Bachelor-Studierende), die schon Funktionalanalysis gehört haben. Außerdem ist es von Vorteil, wenn Sie Grundkenntnisse in partiellen Differentialgleichungen haben. Darüber hinaus werden Resultate der Funktionentheorie bis zu den Cauchy'schen Integralformeln benötigt.

Vorlesung 03-M-WP-38, Sommersemester 2020

Dynamische Systeme: Theorie und Anwendung

Prof. Jens Rademacher, jdmr@uni-bremen.de

Inhalte

In dieser Vorlesung werden Dynamische Systeme aus mathematischer Sicht theoretisch und in Bezug auf Anwendungen untersucht. Jeder Prozess mit einer Zeitachse kann als dynamisches System aufgefasst und mit den Methoden dieses breiten Gebietes behandelt werden. Ist die Dynamik reglär oder chaotisch? Wie hängt das Verhalten vom Parametern ab?

Die Theorie der dynamischen Systeme liefert Methoden für zahlreiche rein mathematische Gebiete, etwa der Zahlentheorie, und geht nahtlos über in praktisch jede Naturwissenschaft, besonders die Physik. Der Fokus in dieser Vorlesung liegt auf mathematisch rigoroser Theorie, aber wir befassen uns auch mit numerische Algorithmen und Softwareeinsatz.

Wir betrachten insbesondere Differentialgleichungen aus der Perspektive von dynamischen Systemen. Vorwiegend sind dies gewöhnliche Differentialgleichungen, für die elementare Aspekte wie Existenz wiederholt werden. Im Laufe der Vorlesung werden einige Einblicke in partielle Differentialgleichungen gegeben, etwa Reaktions-Diffusions-Systeme. Wir verwenden auch zeitdiskrete dynamische Systeme, die durch Iteration eine Abbildung erzeugt werden und keine Existenztheorie erfordern.

Ein Hauptaugenmerk liegt auf Stabilitätstheorie, invarianten Mannigfaltigkeiten und der Reduktion auf niedrigdimensionale Systeme durch Zentrumsmannigfaltigkeiten. Wir schauen uns Verzweigungen, Normalformen und singuläre Störungen an.

Die Inhalte können den Interessen der Teilnehmenden entsprechend angepasst werden und z.B. in Richtung invarianter Maße und statistische Eigenschaften gehen.

Voraussetzungen

Die Vorlesung richtet sich an Masterstudierende – fortgeschrittene Bachelorstudierende können die CP ggf. für den anschließenden Master sammeln.

Voraussetzung sind Kenntnisse in Analysis, wie sie im Zyklus Analysis 1-3 vermittelt werden; erwartet werden Grundkenntnisse in Funktionalanalysis.

Literatur

Es wird kein festes Textbuch verwendet. Materialien und Vorlesungsvideos werden via `stud.IP` zur Verfügung gestellt. Beispiele für passende Literatur sind:

- Jan W. Prüss, Mathias Wilke. Gewöhnliche Differentialgleichungen und dynamische Systeme, Birkhäuser 2010.
- Carmen Chicone. Ordinary differential equations with applications. Texts in Applied Mathematics, 34, Springer, New York, 1999.
- Lawrence Perko. Differential equations and dynamical systems. Texts in Applied Mathematics, 7, Springer, New York, 2001.
- Herbert Amann. Ordinary differential equations. An introduction to nonlinear analysis. de Gruyter Studies in Mathematics, 13, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1990.

Deep Learning Methods for Inverse Problems

VAK: 03-M-WP-33

Tobias Kluth & Gaël Rigaud

The lecture "Deep Learning Methods for Inverse Problemscomprises – as the title already reveals – two different fields, namely Inverse Problems and Deep Learning. More precisely, this lecture presents well-established solution methods and introduces the students to reconstruction techniques provided by the field of Deep Learning in order to solve applications arising from the field of Inverse Problems. An inverse problem deals with determining the cause (represented by a quantity noted f) for an observed (or desired) effect/measurement (noted g). The nomenclature suggests the existence of a corresponding "direct problem" or "forward problem" which exists in most cases. While it is not always natural to distinguish between a direct and an inverse problem, the concept of ill-posedness will help to characterize the inverse problem. We consider general problems given by a mathematical observation model/forward operator $\mathcal{A} : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ (for suitable spaces $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$) linking the cause and the effect. The problem then becomes finding a solution f to the operator equation

$$\mathcal{A}(f) = g$$

for a given g. For ill-posed inverse problems the situation becomes delicate if instead of g a noisy version g^δ is solely available which is likely to be the case in many applications. Small deviations in the measurement result in large deviations in the determined cause quantity. Exciting applications can be found in various fields such as imaging, image processing, parameter identification (e.g., in PDEs) but also mathematical operations such as differentiation fall into this class of problems. The lecture is accompanied by several examples with one focus on imaging application like, for example, computerized tomography and magnetic particle imaging.

During the last years it turned out that the solution of inverse problems can highly benefit from modern approaches taken from the field of machine learning. The focus in this class will be given to methods stemmed from 'deep learning', *i.e.* techniques exploiting

hierarchical neural networks with a large number of layers for various tasks. The main objective of this lecture is to provide an entry point to this interdisciplinary, exciting, and also challenging field. The lecture is split into two parts. In the first part we will address the theory of linear inverse problems and their solution by established regularization methods. We refer to these methods as 'functional analytic methods'. The second part will focus on an introduction to deep learning methods and how inverse problems can be solved by exploiting these tools. We refer to these methods as 'learned methods'. The functional analytic methods of the first part build the important starting point for the derivation and discussion of the learned methods and their interrelations. Application of these methods to selected problems will also be part of hands-on exercises and exercise sheets.
Knowledge in functional calculus and basic programming skills are required for participation in this course. Most of the programming tools/libraries for common deep learning methods are available in Python. Solutions to programming exercises, particularly in the second part, rely on these tools/libraries such that basic knowledge of Python is desirable. An introduction to Python and the important tools/libraries will also be given during the exercise session. Further organizational information on the lecture based on an 'inverted classroom' concept for the 'digital' summer term 2020 is provided at Stud.IP.

Tobias Kluth (`tkluth@math.uni-bremen.de`)
Gaël Rigaud (`gael.rigaud@uni-bremen.de`)

Wissenschaftliches Rechnen

Andreas Rademacher

6. April 2020

1 Inhalt

Die Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen beschäftigt sich mit verschiedenen Themengebieten aus dem Bereich der Numerik für partielle Differentialgleichungen und ihren Anwendungen, wobei der Fokus auf effizienten Algorithmen liegt. Sie besteht aus sechs verschiedenen Kapiteln. Den Anfang macht eine Einführung in die Grundlagen der schwachen Lösungstheorie von partiellen Differentialgleichungen insbesondere elliptischen Problemen zweiter Ordnung und in die zu Grunde liegende Funktionalanalysis. Das zweite Kapitel widmet sich den Grundlagen der Finite Elemente Methode (FEM), wobei so genannte H^1-konforme Elemente niedriger Ordnung auf Dreiecken und Vierecken im Vordergrund stehen. Neben dem grundlegenden Ansatz werden auch die a priori Fehlerabschätzungen in der Energie- und der L^2-Norm diskutiert. Grundlage für dieses Kapitel bildet z. B. [1, Kapitel II].

Die FEM führt auf große dünnbesetzte lineare Gleichungssysteme, die in Abhängigkeit von der grundlegenden Problemstruktur verschiedene Eigenschaften besitzen. Im Rahmen des dritten Kapitels werden verschiedene Lösungsverfahren diskutiert: Direkte Lösungsmethoden, Fixpunkt-Verfahren (Richardson, Jacobi, Gauß-Seidel, SOR), Krylov-Raum Methoden (CG, BiCG, GMRes) sowie das Mehrgitterverfahren. Neben den theoretischen Grundlagen der einzelnen Verfahren werden auch die Eigenschaften hinsichtlich der Konvergenzeigenschaften diskutiert. Insbesondere werden die Verfahren anhand einer Modellmatrix verglichen. Dieses Kapitel orientiert sich an [2] und [4, Kapitel 4].

Ein großes Anwendungsgebiet der FEM bildet die Elastizitätstheorie also die Modellierung und Simulation von Festkörperverformungen. Dabei entstehen sowohl lineare als auch nichtlineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung. In diesem Kapitel steht die Realisierung der FEM in diesem Zusammenhang im Vordergrund, wobei die Ausführungen auf [1, Kapitel VI] basieren.

Im Rahmen der Anwendung der FEM in der Elastizitätstheorie entstehen häufig Probleme mit Nebenbedingung, z. B. bei der Modellierung von gummiartigen Stoffen. In diesem Kapitel stehen die Grundlagen für FEM, die auf Probleme mit Nebenbedingungen angewendet werden können, im Fokus. Man spricht hier von gemischten FEM. Darüber hinaus werden einfache Beispiele für die Anwendung im Rahmen der Poisson Gleichung diskutiert. Dieses Kapitel orientiert sich an [1, Kapitel III, Abschnitt 3, 4 und 5].

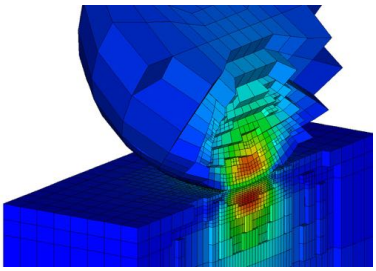


Abbildung 1: Ein Beispiel für ein Kontaktproblem und die zugehörige FE Diskretisierung

Das sechste Kapitel ist Kontaktproblemen gewidmet. Bei diesen Problemen wird die Bewegung eines Festkörpers durch einen anderen beschränkt. In Abbildung 1 findet sich ein Beispiel für ein solches Problem. Zur Vereinfachung der Problemstellung wird angenommen, dass sich der eine Festkörper linear elastisch verhält und nur kleine Deformationen aufweist sowie dass der zweite starr ist. Diese Annahmen führen auf das Signorini Problem. Nach der Diskussion der analytischen Problemstellung wird eine gemischte FEM eingeführt, in der die Kontaktkräfte als Lagrange Multiplikatoren auftreten. Sie werden mit Hilfe von Mortar Elementen diskretisiert. Neben der Abschätzung des a piori Fehlers in der Energienorm wird auch ein hoch effizientes Lösungsverfahren für die diskreten Probleme auf Basis der Aktiven-Mengen-Strategie eingeführt. Eine ausführliche Diskussion dieser Thematik findet sich z. B. in [3].

2 Vorkenntnisse

Die Vorlesung richtet sich an Studierende, die die Grundvorlesungen aus dem Bereich der numerischen Mathematik absolviert haben und vertiefen möchten. Dabei sind Kenntnisse auf dem Gebiet der Numerik für partielle Differentialgleichungen hilfreich aber nicht zwingend notwendig. Wie in allen Vorlesungen aus diesem Gebiet ist auch Vorwissen zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen insbesondere zur schwachen Lösungstheorie sowie zu der dabei verwendeten Funktionalanalysis von Vorteil. Es werden in der Vorlesung aber alle relevanten Inhalte aus den genannten Gebieten eingeführt, so dass die Veranstaltung auch ohne Vorkenntnisse besucht werden kann. Für etwaige praktische Übungen werden Erfahrungen mit Matlab bzw. Octave vorausgesetzt.

Literatur

[1] D. Braess: Finite Elemente, Springer, 2003.

[2] A. Meister: Numerik linearer Gleichungssysteme, Vieweg + Teubner, 2011.

[3] A. Rademacher: Finite Elemente Methoden für Kontaktprobleme, Vorlesungsskriptum, Technische Universität Dortmund, 2019.

[4] R. Rannacher: Numerik 2: Numerik partieller Differentialgleichungen, Heidelberg University Publishing, 2017.

Ankündigung der Lehrveranstaltung

Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 6315
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Lineare Modelle (Statistik II)

Sommersemester 2020

Inhalt

In der Lehrveranstaltung „Statistik I“ haben wir Modelle und statistische Verfahren für *repräsentative Stichproben aus homogenen (bezüglich des Zielkriteriums) Grundgesamtheiten* kennengelernt. In der Lehrveranstaltung „Statistik II (Lineare Modelle)“ gehen wir nun einen Schritt weiter und betrachten Modelle und statistische Verfahren für *repräsentative Stichproben aus gegebenenfalls inhomogenen (bezüglich des Zielkriteriums) Grundgesamtheiten*. Dabei wird die Heterogenität der Grundgesamtheit durch sogenannten Kovariablen zum Ausdruck gebracht. Jede Beobachtungseinheit unterscheidet sich (gegebenenfalls) durch die Ausprägung dieser Kovariablen.

Zur Illustration sei ein Beispiel aus der Physik angeführt, nämlich das (ideale) Gasgesetz:

$$\boxed{pV = mRT \Longleftrightarrow m = R^{-1}\frac{pV}{T}}$$

Hierbei bezeichnet p den Druck $[Pa = J/m^3]$, V das Volumen $[m^3]$, m die Masse $[kg]$, T die Temperatur $[K]$ und R die spezifische Gaskonstante $[\frac{J}{kg \cdot K}]$. Wir können das Gesetz äquivalenterweise schreiben als

$$y = f_\theta(x_1, x_2, x_3), \tag{1}$$

wobei $y = m$, $\theta = R^{-1}$, $x_1 = p$, $x_2 = V$ und $x_3 = T$ gesetzt wird.

Eine plausible wissenschaftliche Fragestellung ist nun, wie mit Gleichung (1) gearbeitet werden kann, wenn man θ nicht kennt (zum Beispiel bei einem „neuartigen“ Gas). Als Statistiker*in ist es naheliegend, diese Frage durch Daten (Beobachtungen) zu beantworten zu versuchen. Wir nehmen also an, dass wir n Beobachtungen machen können, wobei $n \in \mathbb{N}$ ein fest vorgegebener Stichprobenumfang ist. Wir arbeiten für die so zu Stande kommende Stichprobe mit dem <u>statistischen Modell</u>

$$\forall 1 \leq i \leq n : Y_i = f_\theta(x_{i,1}, \ldots, x_{i,p}) + \varepsilon_i. \tag{2}$$

Die $(Y_i)_{1 \leq i \leq n}$ in Gleichung (2) sind Zufallsvariablen, da wir Zufallseinflüsse auf die Messwerte (neben des durch das Gasgesetz gegebenen systematischen Einflusses der Kovariablen, deren Ausprägungen für Beobachtungseinheit i mit $x_{i,1}, \ldots, x_{i,p}$ bezeichnet worden sind) mit berücksichtigen wollen. Diese Zufallseinflüsse werden mathematisch durch „Fehlerterme“ $(\varepsilon_i)_{1 \leq i \leq n}$ beschrieben. Ferner bezeichnet θ in Gleichung (2) den <u>Parameter</u> unseres statistischen Modells. Über den Wert von θ haben wir Unsicherheit vor Experimentbeginn. Um das Modell zu komplettieren, müssen zusätzlich noch Annahmen an die (gemeinsame) Verteilung der Fehlerterme gemacht werden, was wir hier auslassen.

Um zum Titel der Lehrveranstaltung zu kommen, nehmen wir nun (im allgemeinen Kontext) eine lineare <u>Regressionsfunktion</u> f_θ an, was zu dem folgenden <u>linearen Regressionsmodell</u> führt:

$$\forall 1 \leq i \leq n : Y_i = \sum_{j=1}^{p} \theta_j x_{i,j} + \varepsilon_i$$

Die spezifischen Themen der Lehrveranstaltung sind:

- Statistische Modellierung (Haupteffekte, Interaktionseffekte, ...)

- Schätztheorie für $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_p)^\top$
- Testtheorie für θ
- Bayesianische Inferenz für θ
- Verallgemeinerte lineare Modelle
- Überlebenszeitanalyse, Cox-Regression
- Anwendungen auf reale Daten, Datenanalyse mit R (`https://www.r-project.org/`)

Einbettung in den Studienverlauf

Die Lehrveranstaltung richtet sich in erster Linie an Master-Studierende im Vollfach Mathematik mit einer (avisierten) Spezialisierung im Bereich Stochastik/Statistik. Ein vorheriger Besuch der Lehrveranstaltung „Statistik I“ wird empfohlen.

Formalitäten und Durchführung

Die Lehrveranstaltung wird mit 9 CP bewertet. Im Sommersemester 2020 wird die Vorlesung (zumindest anfangs) ersetzt durch ein Eigenstudium meines (vollständig ausgearbeiteten) Skripts zur Lehrveranstaltung, das ich via Stud.IP zur Verfügung stellen werde. Zu den eigentlichen Vorlesungszeiten biete ich Fragestunden via Chat an. Die Übungszettel werden elektronisch zur Verfügung gestellt, abgegeben und korrigiert zurückgegeben. Die Prüfungen finden als mündliche Prüfungen (ggfs. per Videokonferenz) statt.

Literatur

Fahrmeir, L., Kneib, T., Lang, S., 2009. Regression. Modelle, Methoden und Anwendungen. Zweite Auflage. Statistik und ihre Anwendungen. Berlin: Springer. doi:`10.1007/978-3-642-01837-4`.

Searle, S.R., 1997. Linear models. Wiley Classics Library, John Wiley & Sons, Inc., New York. URL: `https://doi.org/10.1002/9781118491782`, doi:`10.1002/9781118491782`. reprint of the 1971 original.

Ankündigung des Seminars

Punktprozesse

Sommersemester 2020

Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 6315
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Inhalt

Punktprozesse (bzw. Zählprozesse) bilden eine wichtige Grundlage der diskreten Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Zum Beispiel lässt sich in der Epidemiologie die räumlich-zeitliche Ausbreitungsdynamik einer Infektionskrankheit mit Hilfe von Punktprozessen mathematisch beschreiben. In unserem Seminar orientieren wir uns hauptsächlich an dem Lehrbuch von Reiss (1993) und lernen Theorie und Anwendungen von Punktprozessen kennen.

Einige mögliche Vortragsthemen sind dabei:

1. Einleitung, Motivation und Beispiele
2. Einführung in Approximationstechniken
3. Poisson- und Cox-Prozesse
4. Martingaltheorie in diskreter Zeit
5. Statistische Inferenz auf der Basis von Punktprozessen
6. Anwendungen in der Nichtparametrik
7. Anwendungen in der Stichprobenerhebung
8. Anwendungen in der Überlebenszeitanalyse
9. Ausgewählte weitere Themen

Einbettung in den Studienverlauf

Das Seminar richtet sich in erster Linie an Master-Studierende im Vollfach Mathematik mit einer (avisierten) Spezialisierung im Bereich Stochastik/Statistik. Ein vorheriger Besuch der Lehrveranstaltungen „Stochastik“ und (für die eher statistisch ausgerichteten Themen) „Statistik I“ wird empfohlen.

Formalitäten und Durchführung

Das Seminar wird mit 6 CP bewertet. Im Sommersemester 2020 werden die Präsenzvorträge (zumindest anfangs) ersetzt durch Videokonferenzen via ZOOM oder einen asynchronen Lehrbetrieb (Vortragende(r) lädt ein Video bis zu einem festgelegten Zeitpunkt auf einen genannten Server hoch, die restlichen Teilnehmer*innen schauen sich dieses Video innerhalb eines festgelegten Zeitraums an, die Diskussion findet dann zu einem festgelegten Zeitpunkt via Chat statt), je nach technischer Praktikabilität. Zusätzlich geben alle Teilnehmenden jeweils eine Ausarbeitung zu ihrem Vortrag ab. Alle drei Komponenten (Vortrag, Ausarbeitung, Beteiligung an der Diskussion) fließen in die Note ein.

Quellen

- Reiss (1993) (Hauptquelle, wird elektronisch zur Verfügung gestellt)
- Snyder (1975) (wird auszugsweise elektronisch zur Verfügung gestellt)
- Snyder and Miller (1991) (wird auszugsweise elektronisch zur Verfügung gestellt)
- Andersen et al. (1993) (wird auszugsweise elektronisch zur Verfügung gestellt)
- Karr (1991)

Literatur

Andersen, P.K., Borgan, O., Gill, R.D., Keiding, N., 1993. Statistical models based on counting processes. Springer Series in Statistics, Springer-Verlag, New York. URL: `https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4348-9`, doi:`10.1007/978-1-4612-4348-9`.

Karr, A.F., 1991. Point processes and their statistical inference. 2nd Edition, rev. and expanded. New York etc.: Marcel Dekker, Inc.

Reiss, R.D., 1993. A course on point processes. Springer Series in Statistics, Springer-Verlag, New York. URL: `https://doi.org/10.1007/978-1-4613-9308-5`, doi:`10.1007/978-1-4613-9308-5`.

Snyder, D.L., 1975. Random point processes. Wiley-Interscience (John Wiley & Sons), New York-London-Sydney.

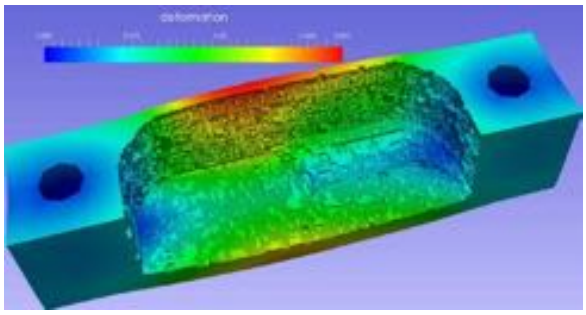
Snyder, D.L., Miller, M.I., 1991. Random point processes in time and space. 2nd ed. New York etc.: Springer-Verlag.

Seminar zur Numerik partieller Differentialgleichungen

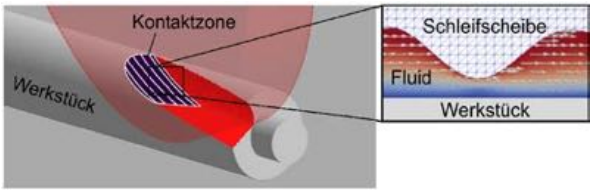
Veranstalter: Prof. Dr. Alfred Schmidt

Viele Anwendungsprobleme führen auf nichtlineare partielle Differentialgleichungen oder Systeme von partiellen Differentialgleichungen. Sowohl die Lösung als auch die Optimierung von Teilaspekten benötigt dabei meist numerische Verfahren.

Wir wollen uns im Sommersemester 2020 im Seminar insbesondere mit Modellen aus ingenieurwissenschaftlichen Anwendungen zum Schleifen und Fräsen befassen. Beispiele sind in den Bereichen Thermomechanik, Thermo-Fluiddynamik.



Deformation beim Fräsen eines Bauteils



Werkzeugschleifen mit Kühlschmierstoff

Im Rahmen des Seminars wollen wir einige Modelle, Diskretisierungen und Lösungsalgorithmen für solche Anwendungen behandeln.

In den ersten Semesterwochen wird eine Liste von Vortragsthemen auf der Stud.IP-Seite des Seminars angeboten.

Darüber hinaus sind in persönlicher Absprache auch Seminarvorträge zu anderen Anwendungsthemen möglich, bitte sprechen Sie mich ggf. darauf an!

Ein erfolgreicher Abschluss des Seminars setzt üblicherweise einen Vortrag von ca. 60 Minuten und eine schriftliche Ausarbeitung voraus. Die genaueren Modalitäten der Vorträge in diesen besonderen Zeiten werden im Laufe des Semesters besprochen.

Voraussetzungen:

Gute Kenntnisse zu Analysis und Numerik, sowie
Vorkenntnisse zu numerischen Methoden für partielle Differentialgleichungen,
z.B. erworben im Rahmen der Vorlesung „Numerik partieller Differentialgleichungen“

Reading Course zur Stochastik/Statistik

VAK: 03-M-RC-4

Werner Brannath & Thorsten-Ingo Dickhaus

Inhalt

Der Reading Course Stochastik/Statistik im SoSe 2020, veranstaltet von Prof. Dr. Werner Brannath und Prof. Dr. Thorsten Dickhaus, findet in Form eines tiefgehenden Online-Seminars statt.
Termine und Themen werden in einer Vorbesprechung am 30.4.2020 um 16:00 Uhr festgelegt.
Die Zugangsinformationen zu den Online-Meetings werden via Stud.IP per Email an die Teilnehmer und Teilnehmerinnen verschickt. Eine Anmeldung bei Stud.IP ist also notwendige Voraussetzung für die Teilnahme. Fachliche Voraussetzungen sind Grundkenntnisse aus der Stochastik und Statistik, wie sie z.B. in den Vorlesungen „Stochastik“ und „Statistik I“ an der Universität Bremen vermittelt werden. Ziel des Reading Courses im SoSe ist es, die Studierenden anhand von vorwiegend englischsprachiger Originalliteratur (wissenschaftliche Fachartikel und Fachbücher) in ein für die Masterarbeit relevantes Thema einzuführen. Die Teilnehmer und Teilnehmerinnen sollen sich selbständig (unter Beratung ihrer Betreuer*innen) in das Thema einarbeiten, einen Online-Vortrag darüber halten und eine Ausarbeitung erstellen. Prof. Brannath und Prof. Dickhaus werden ihre Themen bis zum 24.4. in Stud.IP in Form einer kurzen Beschreibung und Literaturangaben bekannt gegeben. Bei Interesse an Themen anderer Dozenten*innen (z.B. Marc Keßeböhmer, Vanessa Didelez, Iris Pigeot und Wolfgang Ahrens) bitten wir, direkten Kontakt mit diesen Dozent*innen aufzunehmen, und zwar deutlich vor dem 30.4.2020. Studierende können sich auch eigene Themenvorschläge überlegen, müssen diese aber ebenfalls deutlich vor dem 30.4. mit einem der Dozent*innen aus Stochastik oder Statistik (als potentielle Masterarbeitsbetreuer*innen) absprechen. Die Vergabe der Themen von Prof. Brannath und Prof. Dickhaus sowie die terminliche Einteilung aller Vorträge erfolgt (wie bereits erwähnt) in der Vorbesprechung am 30.4. um 16:00.