

Logik = Untersuchung der *Gültigkeit von Schlüssen*, sofern die Gültigkeit allein von der *Form* der verknüpften Aussagen abhängt
⇒ **Untersuchung der formalen Gültigkeit von Schlüssen**
⇒ **Untersuchung der logischen Folgebeziehung**

1. traditionelle Logik: Aristoteles „Organon“ bis Spätmittelalter
Syllogistik = Systematisierung der Logik gültiger Schlüsse aufgrund der Form Obersatz, Untersatz, Konklusion, wobei in den Sätzen je zwei Begriffe miteinander verknüpft werden (kategorische Sätze), *Wahrheitserhaltung* – Schlüsse sollen zwingend sein
Problem: Systematisierung gültiger Schlüsse, aber keine Begründung der Gültigkeit, Problem Relationen, Aussagenlogik

2. neuzeitliche Logik (Logik von Port-Royal, 1662)

- Logik untersucht *Regeln des Denkens* - tendenziell psychologische Deutung der Logik (Empirismus)
- Logik als Instrument der Erkenntniserweiterung (Descartes: *Diskurs*), Methodenlehre u. Heuristik als Teil der Logik (*ars inveniendi*) – Problem: erkenntniserweiternde Schlüsse sind nicht formal gültig
- Leibniz „Neues Organon“ (Algebraisierung, Identität, Reductio)

3. moderne Logik (Frege: *Begriffsschrift*, 1879)

- Symbolisierung ⇒ *symbolische/mathematische Logik*
- Untersuchung der logischen Form gültiger Schlüsse als Teil der *Untersuchung der logischen Folgebeziehung*
- Ausrichtung an *Sprache* (Unterscheidung logische und grammatische Form) statt am Denken
- *Psychologismuskritik*: „Die Wahrheit weist der Logik den Weg“ (Frege), unterscheidet Gesetze des Wahrseins (Logik) von Gesetzen des Fürwahrhaltens (Psychologie)

Abgrenzungen moderne formale Logik:

- Logik untersucht Strukturen der ***Begründung***, nicht der ***Entdeckung***
- Logik untersucht ***deduktive*** Begründungen
- ***klassische Logik: Zweiwertigkeit - Extensionalität (- Monotonie)*** (sonst: nicht-klassische Logiken)

Bsp.: „Heute gibt es Pudding oder Suppe.“

„Es ist aber keine Milch da.“

(Konklusion, die im Alltag nicht ausgesprochen wird oder werden muss:) „Also gibt es Suppe.“

Prämissenergänzung und logische Form

1. Heute gibt es Pudding oder Suppe (Prämisse)
= Heute gibt es Pudding oder heute gibt es Suppe.
2. Es ist keine Milch da. (Prämisse)
3. Für Pudding braucht man Milch. (nicht ausgesprochene Prämisse (Enthymem): = Ohne Milch kein Pudding = Wenn es Pudding geben soll, dann muss Milch da sein.
4. Wenn es Pudding geben soll, dann muss Milch da sein, nun ist aber keine Milch da, also gibt es keinen Pudding. (Regel)
5. Wenn es Pudding oder Suppe gibt, es aber keinen Pudding gibt, dann muss es Suppe geben. (Regel)
6. Also gibt es heute Suppe. (Konklusion)

Logik prüft Argumente → Formalisierung

p: Es gibt Pudding.

s: Es gibt Suppe.

m: Es ist Milch da.

Formales Logisches Schließen

1	$p \vee s$	Prämisse
2	$\neg m$	Prämisse
3	$p \supset m$	Prämisse (durch Prämissenergänzung)
4	$\neg p$	Anwendung Schlusschema MT auf 3 und 2
5	s	Anwendung Schlusschema BA auf 1 und 4

Schlusschema MT

$A \supset B$ (Wenn A, dann B)

$\neg B$ (Nicht B)

$\neg A$ (Nicht A)

Schlusschema BA

$A \vee B$ (A oder B)

$\neg B$ (Nicht B)

A

- Korrekt? 1. nur wenn richtig eingesetzt
2. nur wenn die Regeln gültig sind

Welche Regeln/Schlusschemata sind gültig?

→ Problem der Fehlschlüsse

Frage der Logik:

Wie unterscheidet man fehlerhafte von gültigen Schlüssen?

Argumentbegriff

Prämisse 1	Marker Prämissen: <i>da, denn, weil, wegen,</i>
Prämisse 2	<i>infolge, aufgrund</i>
...	
<u>Prämisse n</u>	Marker Konklusion: <i>deshalb, folglich, also,</i>
Konklusion	<i>demnach, darum, daher, daraus folgt</i>

Bewertung der Güte (Schlüssigkeit, Stichhaltigkeit) von Argumenten anhand zweier *unabhängiger* Fragen:

1. **Wahrheit** (der Prämissen)
 2. **Gültigkeit**: Folgt die Konklusion aus den Prämissen? (Sind die Prämissen, falls sie wahr sind, Gründe für die Konklusion? = Ist das Argument Einsetzungsinstanz eines logisch gültigen Schlussschemas?) – unabhängig von der Wahrheit der Prämissen, der sprachlichen Gestalt und dem Sinn der Ausdrücke
- können beide Fragen bejaht werden, dann ist das Argument schlüssig oder stichhaltig, die Konklusion ist begründet, die Prämissen sind dann Gründe für die Konklusion
 - aber: Unterscheide *Gültigkeit* (formale Korrektheit, correctness) und *Stichhaltigkeit* (soundness)
 - (formale) Logik untersucht nur logische Gültigkeit = formale Korrektheit

Eigenschaften der (klassisch-)logischen Folgebeziehung:

- *Abnahme Informationsgehalt*
- *Wahrheitstransfer / Schlüssigkeit* – logisch korrekte Argumente sind zwingend (= falls die Prämissen wahr sind, dann ist es notwendigerweise auch die Konklusion)
- unabhängig vom Sinn der (Teil-)Ausdrücke

Die Gültigkeit (= logische Korrektheit) eines Argumentes schließt nicht aus:

- dass eine oder mehrere Prämissen falsch sind
- dass die Konklusion falsch ist
- dass sowohl Prämissen als auch Konklusion falsch sind

Gültigkeit eines Argumentes schließt aus:

- dass eine Konklusion aus wahren Prämissen falsch ist

Vorsicht!

- 1) Formale Logik ist ein *Prüfverfahren*, kein *Entdeckungsverfahren* - sie ist „der negative Proberstein der Wahrheit“ (Kant) (folgt aus Informationstransfer: Konklusion kann nur enthalten, was schon in den Prämissen steckt) → keine „echte“ Erweiterung der Erkenntnis durch korrekte deduktive Schlüsse möglich
- 2) Logik ist normativ, nicht deskriptiv!
- 3) Wahrheit von Prämissen und Konklusion garantiert nicht die logische Korrektheit eines Argumentes! → Möglichkeit von Fehlschlüssen

Wozu formale Logik?

Problem

Ein Argument ist gültig, wenn es Einsetzungsinstanz eines gültigen Schlusschemas ist.

Aber:

Wann ist ein Schlusschema gültig?

Antwort: **Methode Gegenbeispiel**

Problem:

Man findet kein Gegenbeispiel

Heißt das: Es gibt kein Gegenbeispiel

oder heißt das: Man hat noch keins gefunden?

Idee formale Logik:

Anwendung mathematischer Methoden

– ein Ziel: *effektive* Entscheidungsverfahren

Nutzen Formalisierung und formaler Beweise:

- lückenlose Beweisketten
- erzwingt Eindeutigkeit
- erzwingt Explikation aller Prämissen einer Konklusion (Prämissenergänzung)
- nicht nur Prüfung von Schlüssen, sondern auch Prüfung der Konsistenz von Aussagenmengen und Theorien

(Nichtformale) Prüfung von Schlusschemata

Verfahren der Einsetzung: Zu einem logisch korrekten Schlusschema *kann* es kein Gegenbeispiel geben. Wenn das S (und Begriffe) gleichgültig. Also:

Finde ein Gegenbeispiel!

= eine Interpretation des Schlusschemas mit wahren Prämissen und falscher Konklusion!

Variante des teleologischen Gottesbeweises¹ (Generell: Rückschluss auf Ursache einer Wirkung – Variante Induktionsproblem)

Korrektes Argument?	Ermittlung Schema	widerlegendes Bsp.	nicht-widerlegendes Bsp.
<i>Wenn</i> Gott die Welt erschaffen hat, <i>dann</i> weisen die natürlichen Abläufe eine gesetzmäßige Ordnung auf.	wenn G, dann O	Wenn ich mehr als 1500 kg wiege, dann wiege ich auch mehr als 30 kg. (<i>wahr</i>)	Wenn ich mehr als 100 kg wiege, dann wiege ich auch mehr als 30 kg.
Die natürlichen Abläufe weisen eine gesetzmäßige Ordnung auf.	nun O	Ich wiege mehr als 30 kg. (<i>wahr</i>)	Ich wiege mehr als 30 kg.
<i>Also</i> hat Gott die Welt erschaffen.	also G	Also wiege ich mehr als 1500 kg. (<i>falsch</i>)	Also wiege ich mehr als 100 kg.

Problem: Entscheidbarkeit

Gibt es eine solche falsifizierende Interpretation oder habe ich noch keine gefunden? → Suche nach einem Gegenbeispiel ist kein effektives Entscheidungsverfahren → Notwendigkeit eines systematischen und effektiven Verfahrens zur Prüfung von Schlusschemata!

→ Aussagenalgebra

(wahrheitsfunktionaler Aufbau der Aussagenlogik)

¹ Bsp. aus Hardy/Schaumberger: *Logik der Philosophie*, S. 46

Warum *formale* Logik?

Wenn der Determinismus wahr ist, dann hat der Mensch keinen freien Willen ($A \supset B$)	
(1) Nun ist der Determinismus aber wahr. Also hat der Mensch keinen freien Willen.	(2) Nun hat der Mensch aber keinen freien Willen. Also ist der Determinismus wahr.
(3) Nun hat der Mensch aber einen freien Willen. Also ist der Determinismus falsch.	(4) Nun ist der Determinismus aber falsch. Also hat der Mensch einen freien Willen.

Empirische Resultate (allerdings mit Schlussform anderen Inhaltes getestet):

<i>Wann stimmt die Konklusion unter den gegebenen Annahmen?</i>	<i>immer</i>	<i>manchmal</i>	<i>nie</i>
(1) $A \supset B, A \vdash B$ (Modus Ponens)	100	0	0
(2) $A \supset B, B \vdash A$	23	77	0
(3) $A \supset B, \neg B \vdash \neg A$ (Modus Tollens)	57	39!	4
(4) $A \supset B, \neg A \vdash \neg B$	21	77	2

(1) wird von allen Probanden für richtig gehalten und ist tatsächlich logisch gültig (Bejahung Antezedens = Modus Ponens)

(2) wird von fast einem Viertel für gültig gehalten, 77% halten die Schlussform für manchmal richtig, obwohl es ein Fehlschluss ist (Bejahung Konsequens), ähnliches gilt für (4) (Verneinung Antezedens)

(3) gespaltene Meinung: fast 60% halten den Schluss für gültig, ca. 40% für manchmal oder nie gültig (ist gültig – Verneinung Konsequenz ist der Modus Tollens)