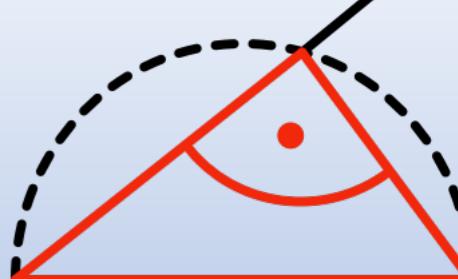


## fachdidaktischer Entwicklungsforschung

Prof. Dr. Angelika Bikner-Ahsbahs, [bikner@math.uni-bremen.de](mailto:bikner@math.uni-bremen.de)

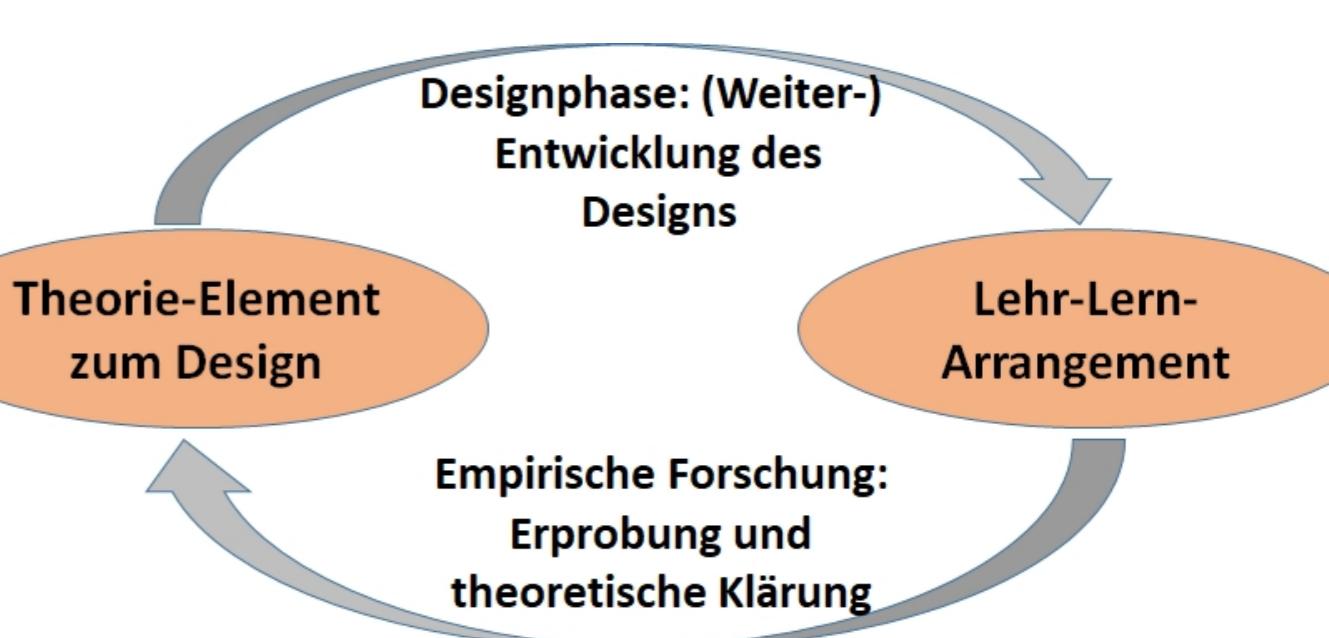
Design-Based Research (DBR) ist ein Forschungsansatz, der ein fundamentales Problem fachdidaktischer Forschung löst: Er verbindet Praxis und Theorie bereits im Forschungsprozess, indem zwei Ziele zugleich verfolgt werden:

- (1) Entwicklung eines Lehr-Lern-Arrangements, um ein praktisches Problem zu lösen, z. B. wie Risikokompetenz im Mathematikunterricht ausgebildet werden kann, und
- (2) Entwicklung einer Lehr-Lern-Theorie dazu, die erklärt, wie dieses Lehr-Lern-Arrangement das leisten kann, d. h. etwa wie die Ausbildung von Risikokompetenz gefördert werden kann.

Das geschieht in zyklisch-iterativen Schritten (siehe Diagramm rechts), in denen Designs entworfen, erprobt, empirisch untersucht und weiterentwickelt werden. Die DBR-Forschung der Mathematikdidaktik unter Leitung von Prof. Bikner-Ahsbahs ist mit zwei größeren Verbünden verzahnt: dem strukturierten Promotionsprogramm „[Duale Promotion in der Lehrerbildung: Wissenschaft macht Schule](#)“ der Universität Bremen und dem von der DFG geförderten wissenschaftlichen Netzwerk „[Design Based Research als methodologischer Rahmen in der Bildungsforschung](#)“ (DBR-Netzwerk).

- Die enge Verzahnung von Praxis und Theorie im DBR wird im Promotionsprogramm für eine duale Qualifikation genutzt. Die dual Promovierenden führen ein DBR-Projekt im Referendariat durch und schließen es im Verlauf von vier Jahren als Dissertation ab. Das Projekt RiskDesign (siehe unten) ist ein Projekt aus diesem Programm.
- Das DBR-Netzwerk ist ein Verbund von Wissenschaftler\*innen, der das Ziel verfolgt, den Ansatz des Design-Based Research wissenschaftstheoretisch zu fundieren. Interessant hierbei ist, dass sehr früh auch Nachwuchswissenschaftler\*innen in Veranstaltungen des DBR-Netzwerks einbezogen werden sollen, z. B. auch dual Promovierende aus dem Promotionsprogramm.

In diesem Poster werden drei aktuelle Forschungsprojekte vorgestellt.

**Risikokompetenz im Stochastikunterricht fördern**Marie-Theres Brehm, [mbrehm@uni-bremen.de](mailto:mbrehm@uni-bremen.de)

Im Rahmen der „[Dualen Promotion in der Lehrerbildung – Wissenschaft macht Schule](#)“ gestalte und erforsche ich eine Lernumgebung für den inklusiven Stochastikunterricht, um die Risikokompetenz von Schüler\*innen zu fördern.

**Motivation:** Risikobezogene Fragen und Entscheidungen unter Unsicherheit betreffen alle in einer Gesellschaft lebenden Individuen. Der Psychologe und Risikoforscher Prof. Gigerenzer macht seit Jahren darauf aufmerksam, dass die Risikokompetenz vieler Menschen unzureichend ausgebildet ist. So fordert er wie andere auch, die Risikokompetenz von Kindern und Jugendlichen bereits in der Schule zu fördern. Hier setzt mein Projekt an.

**Problemstellung:** Für begründete Entscheidungen ist es sinnvoll, Risiken mit Hilfe von Daten und statistischen Informationen zu bewerten. Das ist insbesondere in Krisen- und Pandemiezeiten wichtig, in denen wir von Statistiken und Zahlen überflutet werden. Wo aber kommen diese Daten überhaupt her und wie lassen sich diese richtig interpretieren und als Entscheidungsgrundlage nutzen?

**Leitfrage:** Welche Charakteristika muss eine Lernumgebung haben, damit die Risikokompetenzen aller Schüler\*innen im inklusiven Stochastikunterricht gefördert werden können und wie kann man diese Prozesse verstehen?

**Coronaschnelltest-Ergebnis einordnen**

Viele Studien haben bereits gezeigt, dass sich fehlerhafte Interpretationen von Daten durch geeignete grafische Elemente vermeiden lassen, indem sie für eine Entscheidung bedeutsame Faktoren verständlich darstellen. Das folgende Beispiel aus dem Flyer vom RKI zur Problematik der Interpretation der Schnell-Test Ergebnisse verdeutlicht, wie Zahlen und Daten verständlich und übersichtlich präsentiert werden können:



Quelle: Robert Koch-Institut

[https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges\\_Coronavirus/Infografik\\_Antigentest\\_PDF.html](https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Infografik_Antigentest_PDF.html) (Stand: 30.04.2021)

**Vorgehen:** Um diese Frage zu beantworten, wird eine Unterrichtseinheit für die Jahrgangsstufen 9/10 entwickelt, in der Schüler\*innen Risiken in unterschiedlichen Kontexten modellieren sollen.

**Ziele:** Mit Hilfe des Projekts soll einerseits eine Lernumgebung entwickelt werden, die sich in den gegenwärtigen Stochastikunterricht der Sek. I implementieren lässt. Dafür zentral ist die Identifizierung geeigneter Kontexte. Zugleich soll ein theoretisches Verständnis darüber gewonnen werden, wie Lernprozesse der Schüler\*innen in Bezug auf die Entwicklung von Risikokompetenz stattfinden und was diese im inklusiven Unterricht befördert oder auch erschwert. Daraus gewonnene Designprinzipien sollen schließlich eine Übertragung auf andere Kontexte und Klassenstufen möglich machen.

**Wie risikokompetent bist du?**

Das Harding-Zentrum für Risikokompetenz erforscht, entwickelt und veröffentlicht Instrumente, um die Risikokompetenz in der Gesellschaft zu fördern. Sie haben unter anderem ein Risikoquiz entwickelt, in dem man sein Wissen über Risiken testen kann. Klicke für das Risikoquiz auf den folgenden Link:  
[Risikoquiz des Harding-Zentrums für Risikokompetenz](https://www.harding-zentrum.de/risiko-quiz)

**Quellenhinweis:**

Gigerenzer, G. (2013). Risiko: Wie man die richtige Entscheidung trifft.

München: C. Bertelsmann.

Gigerenzer, G. &amp; Martignon, L. (2015). Risikokompetenz in der Schule lernen. Lernen und Lernstörungen, 84 (3), 91–98.

**Vorstellungen für die Funktionentheorie**Erik Hanke, [erik.hanke@uni-bremen.de](mailto:erik.hanke@uni-bremen.de)

**SPOTLIGHTS LEHRE**

Im vom BMBF geförderten Design-Projekt „[Spotlight-Y-Digimath](#)“ werden Mathematik-Lehrveranstaltungen (u.a. zur Funktionentheorie) mit dem Ziel, Fachwissenschaft und Fachdidaktik zu verzahnen, innovativ gestaltet. Dabei ist es wichtig, angemessene Vorstellungen bei Studierenden zu aktivieren. Das ist in der [Funktionentheorie](#) aber schwer. Denn [Funktionentheorie](#) ist eine mathematische Disziplin, in der man sogenannte [komplexwertige Funktionen](#) ableitet und integriert – so ähnlich wie in der Differential- und Integralrechnung in der Oberstufe. So widmet sich mein Dissertationsprojekt der Frage, wie man Lerninhalte der Funktionentheorie anschaulich verstehen kann.

**Motivation:** In der Schule erwirbt man für das [Integral](#) Vorstellungen wie z. B. die vom „gerichteten Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der x-Achse“. Gibt es so etwas auch in der Funktionentheorie?

In der Schule berechnet man z. B.

$$\int_1^4 x^2 \, dx = 21.$$

Dies lässt sich so interpretieren: Der Flächeninhalt zwischen der Parabel und der x-Achse von 1 bis 4 beträgt 21 Flächeneinheiten.

**Problemstellung:** Für die [komplexen Wegintegrale](#) in der Funktionentheorie geht das so leider nicht – nicht zuletzt, weil die Graphen komplexwertiger Funktionen im 4-dimensionalen Anschauungsraum liegen. Wenn man „komplexwertige Funktionen längs Wegen“ auf geschickte Weise in zwei „Teile“ trennt, kann man zumindest die Graphen dieser beiden aufzeichnen – ähnlich wie in der Schule (s. Abb. 1).

Ein komplexes Wegintegral kann man so notieren:

$$\oint_C f(z) \, dz$$

Hier ist  $f$  eine komplexe Funktion einer komplexen Variablen  $z$  und  $C$  ein Weg in der Zahlenebene.

**Leitfragen:** Welche Vorstellungen kann man für die Funktionentheorie ausbilden, wenn sich die mathematischen Objekte leicht zugänglichen Darstellungen entziehen? Wie können Studierende Vorstellungen zu solchen nicht direkt sichtbaren mathematischen Objekten aufbauen?

**Vorgehen:** Um diese zu beantworten, werden Professor\*innen und Lektor\*innen der Mathematik interviewt. So sollen Vorstellungen von „Mathematikprofis“ ermittelt werden, die auch Studierenden zugänglich gemacht werden können.

**Einblick in die Ergebnisse:** Die Vorstellungen der Expert\*innen in der Funktionentheorie sind vielfältig, oft auch gar nicht bildlich. Manchmal handelt es sich um Metaphern, wie z. B. dass das Wegintegral ein „Werkzeug“ ist, mit dem man bestimmte mathematische Problemstellungen bearbeiten kann. Daneben gibt es auch physikalisch motivierte

Darstellungen bis hin zu ganz persönlichen „Geschichten“, die Mathematiker\*innen über das komplexe Wegintegral erzählen.

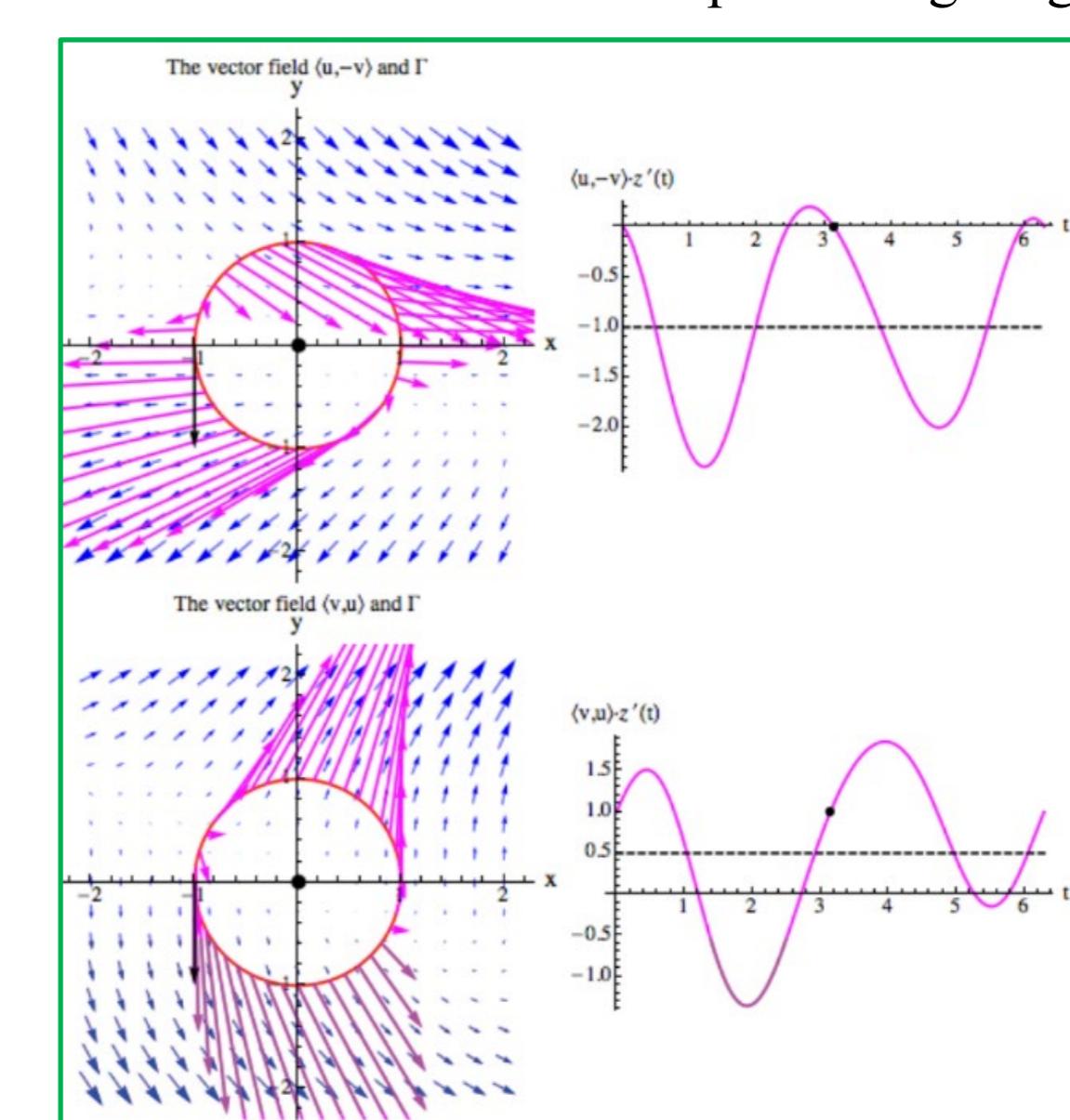


Abbildung 1: Illustration eines komplexen Wegintegrals anhand von zwei 2-dimensionalen Graphen (aus Kinney (2013, S. 115))

**Quellenhinweis:**Kinney, W. M. (2013). Teaching complex analysis as a lab-type course with a focus on geometric interpretations using Mathematica. *ACMS 19th Biennial Conference Proceedings*, 103–120.<https://pillars.taylor.edu/acms-2013/6/> (01.05.2021)**Die digitale Stellenwerttafel in der Einführung der „Kommazahlen“**Daniela Schansker, [daniela.schansker@uni-bremen.de](mailto:daniela.schansker@uni-bremen.de)

Im Projekt DeciPlace untersuche ich, wie man eine [digitale Stellenwerttafel auf dem iPad im Matheunterricht](#) einsetzen kann, um das Verstehen von Dezimalbrüchen („Kommazahlen“) zu fördern.

**Motivation:** Studien auf der ganzen Welt berichten von Schwierigkeiten, Kommazahlen richtig zu deuten und zum Beispiel zu entscheiden, welche von zwei Kommazahlen größer ist.

**Problemstellung:** Im Gegensatz zu den Brüchen sind die Kommazahlen eine Fortführung der Schreibweise der natürlichen Zahlen in unserem Zahlensystem, dem sogenannten [dezimalen Stellenwertsystem](#). Dadurch gelten sie oftmals als leicht und unkompliziert. Aber was bedeutet eigentlich die erste, zweite, dritte, ... Ziffer rechts vom Komma? Wie viel ist 0,6 und wieviel 0,006? Und, was bedeutet „drei Zehntel“, „ein Hundertstel“ oder „fünf Tausendstel“?

**Leitfrage:** Wie kann die digitale Stellenwerttafel im Mathematikunterricht der 5. & 6. Klasse genutzt werden, um das Verstehen von Kommazahlen bei allen Kindern zu fördern?

In die digitale Stellenwerttafel können Plättchen in die einzelnen Spalten (z.B. Hunderter, Zehner und Einer) eingetippt werden.

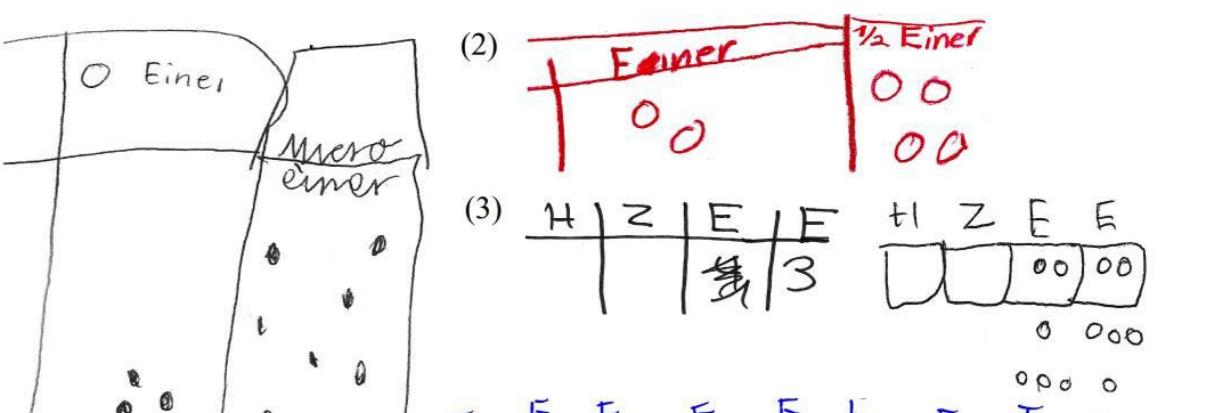


Wird ein Plättchen um eine Spalte weiter nach rechts verschoben, „explodiert“ das Plättchen dort in zehn Plättchen. Das nennt sich „Entbündeln“. Beinhaltet eine Spalte mindestens zehn Plättchen, kann eines der Plättchen um eine Spalte nach links verschoben werden, woraufhin neun weitere Plättchen automatisch hinterher gleiten und sich zu einem Plättchen verbinden. Das heißt dann „Bündeln“. Sind weniger als zehn Plättchen in einer Spalte vorhanden und verschiebt man eines dieser Plättchen um eine Spalte nach links, gleitet das verschobene Plättchen automatisch an seinen Ursprungsort zurück.

Die digitale Stellenwerttafel ermöglicht somit u. a., das Bündeln und Entbündeln erfahrbar zu machen, verschiedene Darstellungen einer Zahl zu generieren und den Zusammenhang zwischen z. B. Einern und Zehnteln, Hundertsteln, ... selbst zu untersuchen und zu erkennen.

**Vorgehen:** Um diese Frage zu beantworten, wurden neue Aufgaben entwickelt, in denen die digitale Stellenwerttafel zunächst für natürliche Zahlen genutzt und anschließend nach rechts (zu den Kommazahlen) erweitert werden soll. Diese Aufgaben habe ich mit insgesamt 16 Schülerpaaren des fünften Jahrgangs ausprobiert und iterativ weiterentwickelt. Davon wurden Videos aufgezeichnet. Damit kann ich genauer untersuchen, wie Lernende das Bündeln und Entbündeln in der Stellenwerttafel verstehen und dies über das Komma hinweg fortsetzen. Die Bedeutung des Kommas stellt sich dabei als das kritische Moment dieser Zahlbereichserweiterung heraus.

**Einblick in die Ergebnisse:** Die Lernenden interpretieren die Darstellungen des Bündelns und Entbündelns in der digitalen Stellenwerttafel ganz unterschiedlich. Im Bild sieht man drei verschiedene Arten. Die Fortsetzung als „Microeiner“ ist substanzell, weil sie zu den Zehnteln, Hundertsteln, ... führt:



**Quellenhinweis:** Die digitale Stellenwerttafel wurde von Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp und Prof. Dr. Silke Ladel entwickelt und ist im AppStore als „[Stellenwerttafel](#)“ verfügbar.