

## Unsere Forschungsschwerpunkte

### Mathematisches Argumentieren (Prof. Dr. Christine Knipping)

Im Forschungsschwerpunkt Argumentieren untersucht Prof. Knipping gemeinsam mit ihren wissenschaftlichen Mitarbeiter:innen Prozesse des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht. Sie interessiert, wie Schülerinnen und Schüler mathematische Argumentationen hervorbringen und an diesen partizipieren. Auch erforscht sie, wie Lehrkräfte und Lehramtsstudierende in solchen Prozessen handeln. Mit und ohne digitale Werkzeuge ist das oft ganz unterschiedlich, wie auch beim stochastischen Argumentieren.

### Soziale Disparitäten (Dr. Jenny Cramer)

Dr. Jenny Cramer (2018) hat verborgene und subtile Mechanismen unterrichtlicher Kommunikation untersucht, denn auch sie sind entscheidend für die Partizipation an mathematischen Argumentations- und Begründungsprozessen. Sie zeigt feine Mechanismen auf, die unterschiedliche Lernchancen von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht erklären können. Bildungssprache ist hier ein wesentlicher Faktor, aber es zeigen sich auch weitere Hürden und Hindernisse. Erkenntnisse dieser Forschung sind entscheidend für Konzepte des Umgangs mit Heterogenität im Mathematikunterricht.

### Anschauung beim mathematischen Argumentieren (Chrysi Papadaki)

Chrysi Papadaki (2021) erforscht unterrichtliche Argumentationsprozesse im Kontext von Neuen Technologien, speziell Dynamischer Geometrie Software. Sie interessiert sich besonders dafür, welche Bedeutung Visualisierungen von geometrischen Objekten beim Argumentieren haben. Unterschiede diesbezüglich sind nicht nur hinsichtlich körperlich bedingter unterschiedlicher visueller Wahrnehmungsfähigkeiten relevant, sondern auch bei Lern- und Entwicklungsverzögerungen. Für die inklusive Praxis von schulischem Mathematikunterricht ist diese Forschung daher zentral.

### Beweisprozesse von Studierenden (Nele Abels)

Nele Abels (2021) analysiert mathematische Beweis- und Argumentationsprozesse von Lehramtsstudierenden im Bereich der Geometrie. Sie betrachtet insbesondere, welche Bedeutung Metakognition dabei zukommt, also der Fähigkeit, eigene kognitive Prozesse betrachten und steuern zu können. Wenn angehenden Lehrkräften die Planung, Überwachung und Reflexion ihrer eigenen Argumentationen souverän und sicher gelingt, können sie später auch Schülerinnen und Schüler gut darin unterstützen, mathematische Zusammenhänge zu untersuchen und zu begründen.

### Rolle der Lehrkraft (Fiene Bredow)

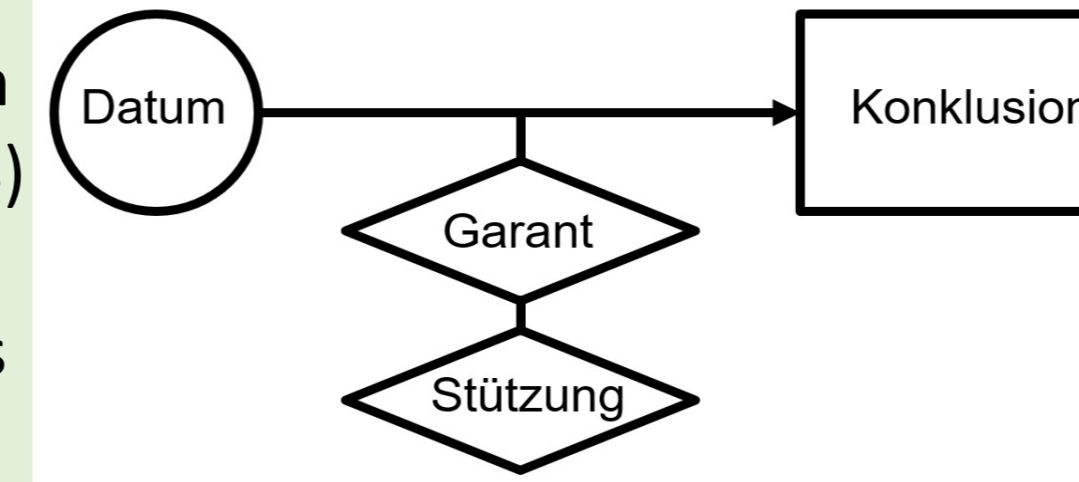
Fiene Bredow fokussiert in ihrem Forschungsprojekt die Rolle der Lehrkraft bei mathematischen Argumentationen in Klassengesprächen. Dabei interessiert sie sich vor allem für den Übergang von der Arithmetik zur Algebra. In ihren Analysen untersucht sie, wie Lehrkräfte während mathematischer Argumentationen in Klassengesprächen handeln und dabei ihre Schülerinnen und Schüler unterstützen. Solche Unterstützungs-Handlungen von Lehrkräften wie auch gute Lernumgebungen sind essentiell, damit mathematische Argumentationen in Klassengesprächen gelingen können.

### Argumentieren im inklusiven Stochastikunterricht (Tarik Boujada)

Tarik Boujada untersucht Argumentationsprozesse im inklusiven Stochastikunterricht der neunten und zehnten Jahrgangsstufe. Dabei wird ein besonderer Blick auf Schülerinnen und Schüler mit attestiertem Förderbedarf im Bereich Lernen gerichtet. Von ihm werden Konzepte zum mathematischen Argumentieren in der Stochastik entwickelt und ihre Auswirkung auf individuelle Lernpfade von Lernenden mit dem Förderbedarf Lernen untersucht. Dabei erforscht er die Partizipation leistungsheterogener Lernender in gemeinsamen Argumentationen.

### Toulmin Schema

Argumente haben eine gewisse Struktur. Bei der Rekonstruktion von Argumenten orientieren wir uns an dem von Toulmin (1958) entwickelten Schema zur funktionalen Rekonstruktion von Argumenten. Wir betrachten zunächst vier Komponenten eines Arguments: Daten, Garant, Stützungen und Konklusionen.



Das Ziel eines Arguments ist es, eine *Konklusion* zu etablieren. Dazu werden *Daten* und *Garanten* benötigt. Das *Datum* soll notwendige Informationen liefern. Der *Garant* soll in grundsätzlicher, allgemeiner Weise einen Schritt in einem Argument autorisieren. Zur Unterstützung eines Garantens kann eine *Stützung* ergänzt werden. Die Unterscheidung zwischen Daten und Garantens ist nicht immer eindeutig, denn auch Daten können Gründe für ein Argument sein. Wenn implizite Aussagen vorhanden sind, werden diese in einem gestrichelten Kästchen rekonstruiert.

## Warum Argumentieren im Mathematikunterricht?

Argumentieren und Kommunizieren ermöglicht Schülerinnen und Schülern Mathematik zu verstehen. Mathematisches Argumentieren kann mit Sprache, Bildern, Symbolen und auch begleitet durch Handlungen gelingen. Ob und wie dies im Unterricht geschieht, ist ganz unterschiedlich. In der Arbeitsgruppe „Mathematikdidaktische Unterrichtsforschung“ von Prof. Dr. Christine Knipping, wird erforscht, welche Bedeutung Argumentationen und Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht haben. Die wissenschaftlichen Mitarbeiter:innen der Arbeitsgruppe untersuchen in ihren Projekten ganz unterschiedliche Aspekte.

### Internationale Kooperationen

**International Vergleichende Forschung** ist ein besonderes Interesse unserer Forschungsaktivitäten. Im Projekt „Cultural and Linguistic Approaches to Classroom Argumentation“ untersuchen wir aktuell gemeinsam mit Prof. Yusuke Shinno von der Hiroshima University und Prof. Takeshi Miyakawa von der Waseda University in Tokyo (Japan), welche Bedeutung sprachliche und kulturelle Aspekte auf Argumentationen im Mathematikunterricht haben. Gefördert wird dieses Projekt vom renommierten Fund for the Promotion of Joint International Research (KAKENHI) in Japan. Diese internationale Zusammenarbeit schließt insbesondere auch die wissenschaftlichen Mitarbeiter:innen der Arbeitsgruppe mit ein.

#### Literaturangaben:

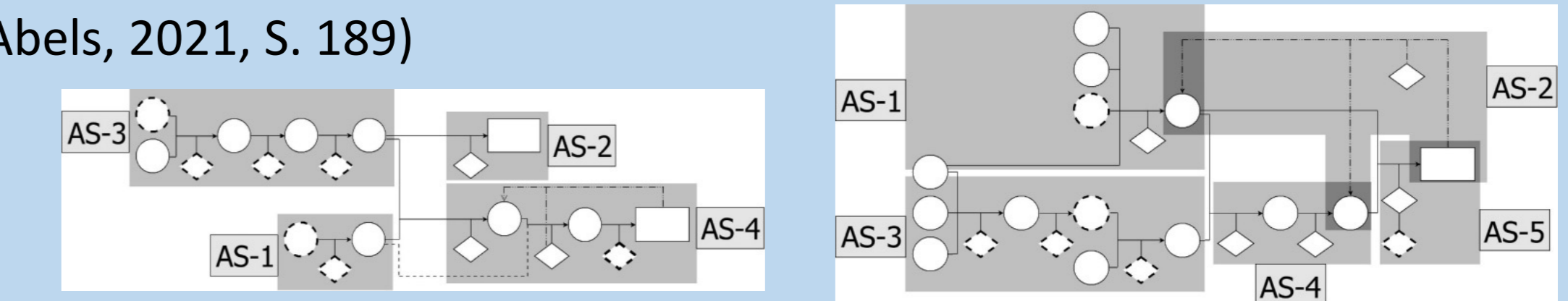
Abels, N. (2021). Dissertation: *Argumentation und Metakognition bei geometrischen Beweisen und Beweisprozessen - Eine Untersuchung von Studierenden des Grundschullehramts*. Universität Bremen.  
Cramer, J. (2018). *Mathematisches Argumentieren als Diskurs: Eine theoretische und empirische Betrachtung diskursiver Hindernisse*. Springer Spektrum.  
Papadaki, C. (2021). Dissertation: *The interconnective relationship of students' visualization and argumentation in geometry*. Universität Bremen.  
Reid, D. & Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching*. Sense Publishers.  
Toulmin, S. E. (1958). *The Uses of Argument*. Cambridge University Press.

## Mathematische Argumentationen rekonstruieren

### Mündliche und schriftliche Argumentationen (Nele Abels)

Argumentationen können mündlich stattfinden oder schriftlich notiert werden. Oftmals finden sich beim Vergleich von mündlichen und schriftlichen Argumenten zur gleichen mathematischen Aussage Unterschiede, auch wenn die Argumentationen von den gleichen Personen durchgeführt wurden.

Beispiel: Mündlich (links) – schriftlich (rechts) (Beweis 1 von Nina und Maja aus Abels, 2021, S. 189)



Die Argumente haben einen ähnlichen Aufbau, aber der schriftliche Argumentationsprozess ist im Vergleich zum mündlichen expliziter und komplexer aufgebaut.

### Repräsentationen von mathematischen Argumenten (Fiene Bredow)

Argumente können auch auf verschiedene Weisen repräsentiert sein. Reid und Knipping (2010) unterscheiden zwischen narrativen, anschaulichen, generischen und algebraischen Argumenten.

In den folgenden Beispielen wollen Schülerinnen und Schüler diese Aussage begründen:

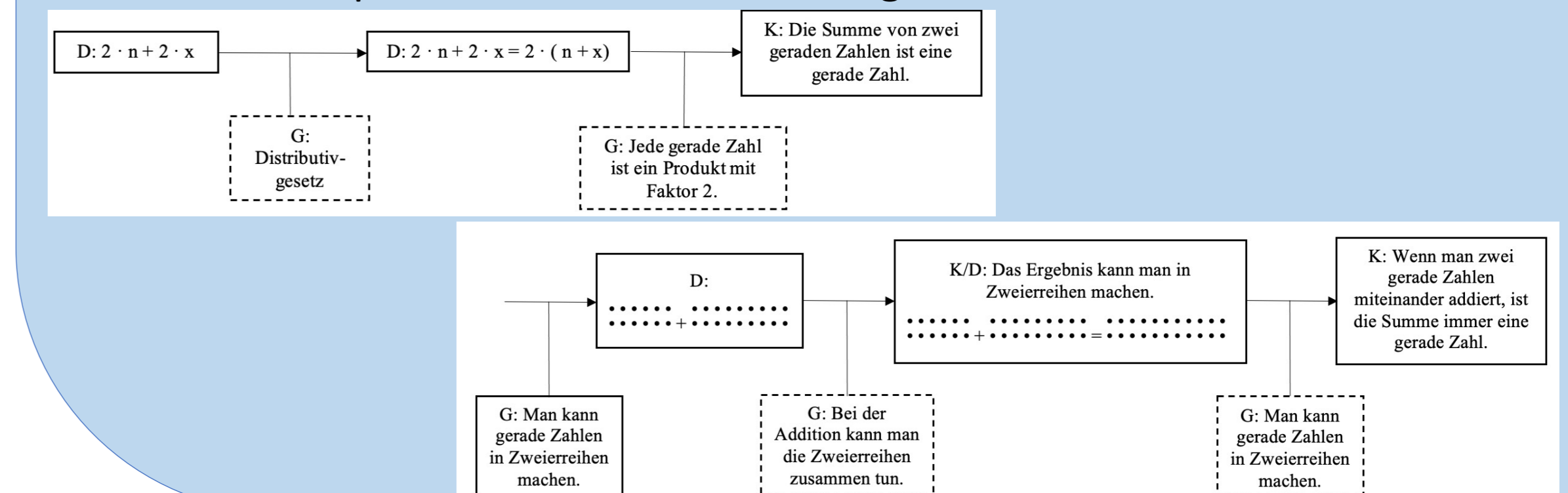
Vermutung:  
Wenn man 2 gerade Zahlen miteinander addiert, ist die Summe immer eine gerade Zahl.

Eine Schülerin hat ein algebraisches Argument notiert (links). Eine andere Schülerin hat für die gleiche Vermutung ein anschauliches Argument mit einem Punktemuster kreiert (rechts).

$$2 \cdot n + 2 \cdot x = 2 \cdot (n+x)$$

Man kann gerade Zahlen in 2er Reihen machen, dann kann man auch das Ergebnis in 2er Reihen machen.

Die Rekonstruktionen der Argumente nach Toulmin unterscheiden sich. Sowohl die Daten als auch die Garantens sind verschieden. Es fällt auf, dass fast alle Garantens implizit sind. Das ist ein häufiges Phänomen im Klassenunterricht.



### Stochastisches Argumentieren – irgendwie anders (Tarik Boujada)

Argumentieren im Kontext von Stochastik ist häufig anders als sonst in der Mathematik, es gibt mehr Diskussion und echte Unterschiede in den Argumenten, wie das folgende Beispiel zeigt.

#### Beispiel zur Aufgabe

Bestimme das Ereignis mit der höchsten Wahrscheinlichkeit. Begründe deine Antwort.

Die drei Jugendlichen Arthur, Kathrin und Isra diskutieren gemeinsam:  
K.: Die Augensumme Acht kam am häufigsten. Sie müsste deshalb die höchste Wahrscheinlichkeit haben, oder?  
A.: Aber das muss ja nicht immer so sein. Wir können ja auch zwei mal Sechs würfeln, obwohl das bisher nicht vorkam?  
I.: Ich hätte jetzt auch Acht gesagt. Also müssten wir einfach häufiger würfeln und würden die Antwort bekommen?  
K.: Das muss ja auch anders gehen. Beim normalen Würfel ist die Wahrscheinlichkeit für alles gleich. Dann ist die Chance für jedes Augenpaar auch jetzt gleich?  
I.: Aber die Zwölf kommt doch nicht so oft wie die 8. Das kann nicht sein!

Der doppelte Würfelwurf

